

# < 2024 開成中 >

1 次の問いに答えなさい。

(1) 数字 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 と四則演算の記号 +, -, ×, ÷ とカッコだけを用いて 2024 を作る式を 1 つ書きなさい。ただし、次の指示に従うこと。

- ① 1 つの数字を 2 個以上使ってはいけません。
- ② 2 個以上の数字を並べて 2 けた以上の数を作ってはいけません。
- ③ できるだけ使う数字の個数が少なくなるようにしなさい。(使う数字の個数が少ない答えほど、高い得点を与えます。)

たとえば、10 を作る場合だと、

- 5+5 や (7-2)×2 は、①に反するので認められません。
- 1 と 5 を並べて 15 を作り、15-2-3 とするのは、②に反するので認められません。
- ③の指示から、2×5, 2×(1+4), 4÷2+3+5 のうちでは、使う数字の個数が最も少ない 2×5 の得点が最も高く、数字 3 個の 2×(1+4), 数字 4 個の 4÷2+3+5 の順に得点が下がります。

2024 = ○ × ○ の形に持ち込みたい。

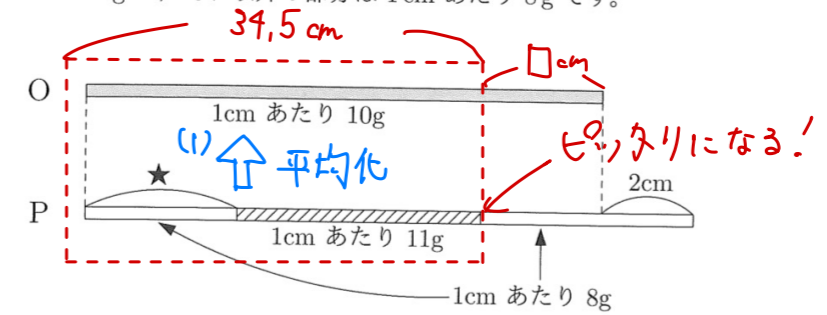
$$2024 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 23}{8 \times 253} \rightarrow \text{なるべく 1 けたの数の積にしたい...}$$

(250 ほど 5 を 2 個以上含むのは △。  
9 が使えると一気に減らせる。  
→ 253 付近の 9 の倍数は 252, 261  
252 ÷ 9 = 28 (いけそう)  
261 ÷ 9 = 29 ×

6 個の場合、  
8 × (9+2) × (4×6-1) など。  
11      23

よって、 $(1 + 4 \times 9 \times 9) \times 8 = 2024$

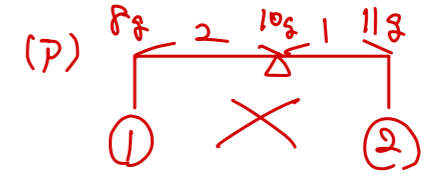
(2) 2 本の金属棒 O, P があります。長さは P の方が O より 2cm 長く、重さは 2 本とも同じです。長さ 1cm あたりの重さは、O はどこでも 1cm あたり 10g です。P は、中間のある長さの部分だけ 1cm あたり 11g で、それ以外の部分は 1cm あたり 8g です。



(図の中の長さは正確ではありません。)

2 本の金属棒を図の左端から同じ長さだけ切り取るとすると、切り取る部分の重さが等しくなるのは、切り取る長さが 34.5cm のときだけです。

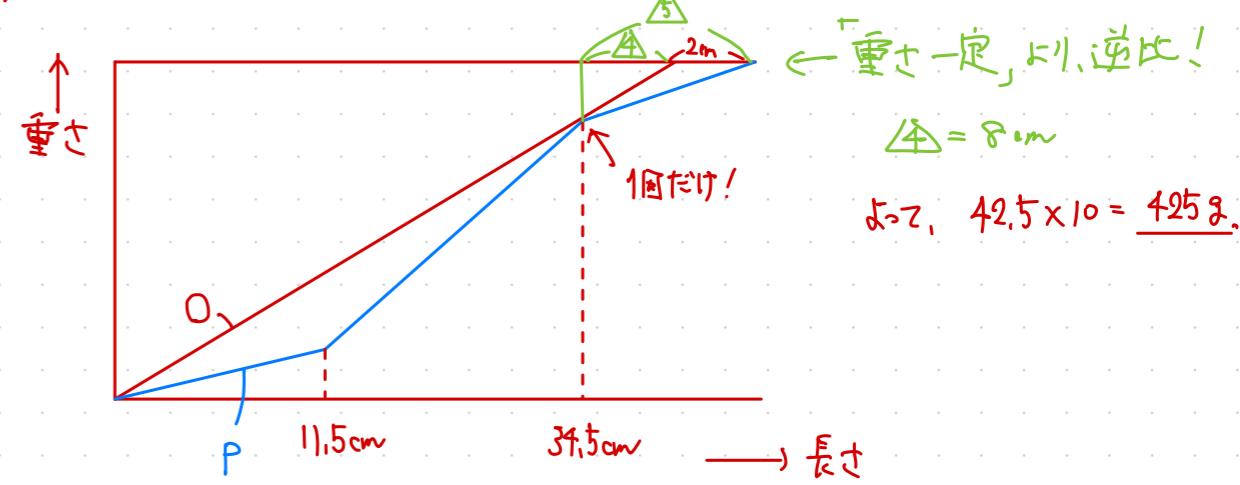
(ア) 図の ★ の部分の長さを求めなさい。



(イ) 金属棒 1 本の重さを求めなさい。

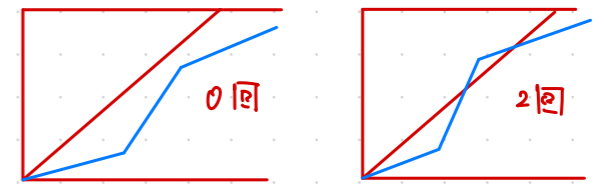
(1)  $10 \times 10 \dots 10$   
 $8 \times 8 \dots 8 \times 8$   
 $\square = 16 \div 2 = 8 \text{ cm}$   
 $42.5 \times 10 = 425 \text{ g}$

## ★ ヒットリになる理由とグラフでの別解



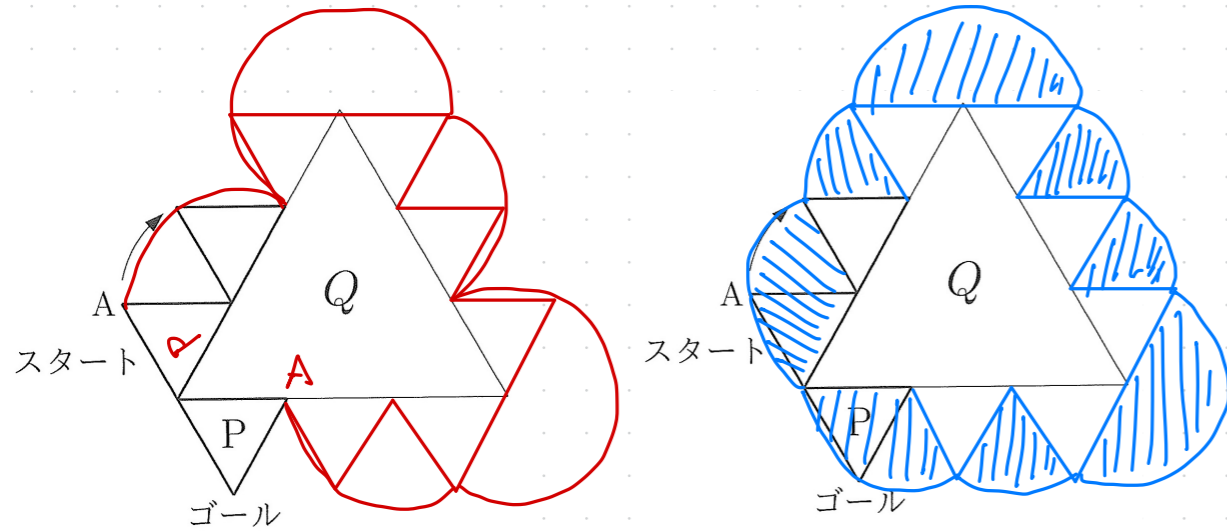
1 回だけでない場合、

右のようになってしまう。



(3) 1辺 3cm の正三角形  $P$  に、マーク  $P$  がかかれています。この正三角形  $P$  がはじめ下の図のスタートの位置にあって、1辺 9cm の正三角形  $Q$  の外周を図の矢印の方向にすべらないように転がって、はじめてゴールの位置にくるまで動きます。

(ア) 正三角形  $P$  がゴールの位置に着いたとき、マーク  $P$  は上の図の向きになっていました。マーク  $P$  は、スタートの位置ではどの向きにかかれていましたか。解答らんの図に書き込みなさい。



(イ) 正三角形  $P$  がスタートからゴールまで動くとき、図の頂点  $A$  が動く距離を求めなさい。

$$6 \times 3.14 \times \frac{840}{360} = \underline{43.96 \text{ cm}}$$

(ウ) 正三角形  $P$  がスタートからゴールまで動くときに通過する部分の面積は、次のように表されます。空らん (X), (Y) にあてはまる数を答えなさい。

正三角形  $P$  が通過する部分の面積は、半径が 3cm で、中心角が  $60^\circ$  のおうぎ形 (X) 個分の面積と、1辺が 3cm の正三角形 (Y) 個分の面積をあわせたものである。

14

7

2 9枚のカード 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 があります。はじめに、9枚のカードから何枚かを選び、混ぜ合わせて1つの山に重ねます。このときのカードの並び方を「はじめのカードの状況」ということにします。

たとえば、5枚のカード 1, 2, 3, 4, 5 を使う場合を考えましょう。5枚のカードを混ぜ合わせて1つの山に重ねたとき

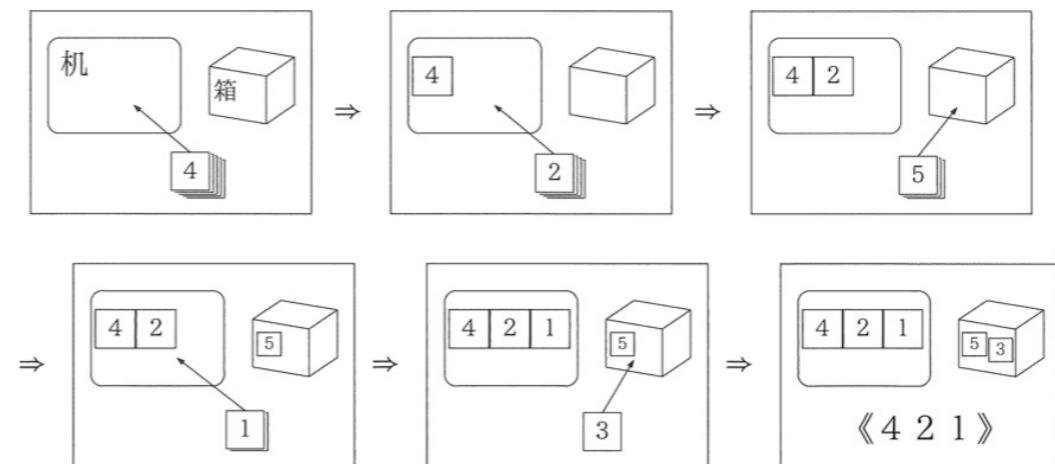
「カードが上から 4, 2, 5, 1, 3 の順に重ねられている」

とします。これがこのときのはじめのカードの状況です。これを簡単に [4 2 5 1 3] と表すことにします。

机と箱があります。次のルールに従って、山に重ねたカードを上から1枚ずつ、机の上か、箱の中に動かします。

- 1枚目のカードは必ず机の上に置く。
- 2枚目以降のカードは、そのカードに書かれた数が机の上にあるどのカードに書かれた数よりも小さいときだけ机の上に置き、そうでないときには箱の中に入れる。

たとえば、はじめのカードの状況が [4 2 5 1 3] のとき、カードは次の図のように動かされ、最終的に机の上には3枚のカード 4, 2, 1 が、箱の中には2枚のカード 5, 3 が置かれます。この結果を、机の上のカードに注目して、カードが置かれた順に 《4 2 1》 と表すことにします。



《4 2 1》

- (1) 7枚のカード  $\boxed{1}$ ,  $\boxed{2}$ ,  $\boxed{3}$ ,  $\boxed{4}$ ,  $\boxed{5}$ ,  $\boxed{6}$ ,  $\boxed{7}$  を使う場合を考えます。  
はじめのカードの状況が  $[7463125]$  であるときの結果を答えなさい。

机 | 7 4 3 1  
箱 | 6 2 5      《7431》

- (2) 次のそれぞれの場合のはじめのカードの状況について答えなさい。(ア), (イ)については, 解答らんをすべて使うとは限りません。

- (ア) 3枚のカード  $\boxed{1}$ ,  $\boxed{2}$ ,  $\boxed{3}$  を使う場合を考えます。  
結果が  $\langle 21 \rangle$  になるはじめのカードの状況をすべて書き出さないさい。

はじめのカードの状況を調べる。

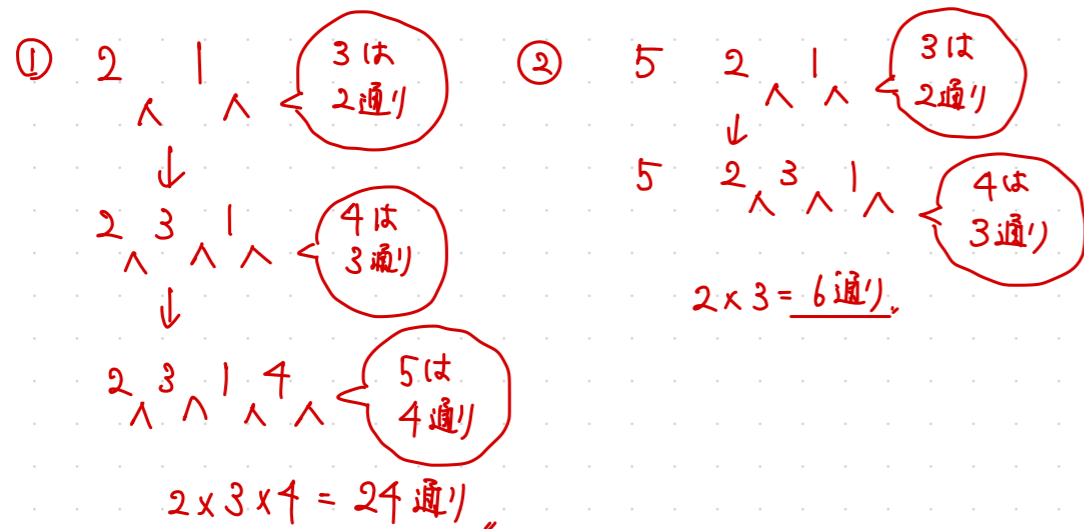
~~123, 132, 213, 231, 312, 321~~       $[213][231]$

- (イ) 4枚のカード  $\boxed{1}$ ,  $\boxed{2}$ ,  $\boxed{3}$ ,  $\boxed{4}$  を使う場合を考えます。  
結果が  $\langle 21 \rangle$  になるはじめのカードの状況をすべて書き出さないさい。

2   1   1   1   1 に3と4を入れる。  
 $[2341], [2314], [2134], [2431], [2413], [2143]$

- (ウ) 5枚のカード  $\boxed{1}$ ,  $\boxed{2}$ ,  $\boxed{3}$ ,  $\boxed{4}$ ,  $\boxed{5}$  を使う場合を考えます。  
① 結果が  $\langle 21 \rangle$  になるはじめのカードの状況は何通りありますか。  
② 結果が  $\langle 521 \rangle$  になるはじめのカードの状況は何通りありますか。

自由度の低いカードから21や521の中に並べていく。



- (エ) 6枚のカード  $\boxed{1}$ ,  $\boxed{2}$ ,  $\boxed{3}$ ,  $\boxed{4}$ ,  $\boxed{5}$ ,  $\boxed{6}$  を使う場合を考えます。  
結果が  $\langle 521 \rangle$  になるはじめのカードの状況は何通りありますか。

(ウ)と同じように計算。

$\boxed{3}$  | 5 2 1 1 1      2通り  
          ^ ^  
 $\boxed{4}$  | 5 2 3 1 1      3通り  
          ^ ^ ^  
 $\boxed{6}$  | 5 2 3 4 1      5通り  
          ^ ^ ^ ^ ^  
 $2 \times 3 \times 5 = 30$ 通り

- (3) 9枚のカード全部を使う場合を考えます。  
結果が  $\langle 75421 \rangle$  になるはじめのカードの状況は何通りありますか。

これも同じ。

$\boxed{3}$  | 7 5 4 2 1 1 1      2通り  
          ^ ^ ^  
 $\boxed{6}$  | 7 5 4 2 1 3 1 1      5通り  
          ^ ^ ^ ^ ^  
 $\boxed{8}$  | 7 5 4 2 1 3 6 1 1      7通り  
          ^ ^ ^ ^ ^ ^ ^  
 $\boxed{9}$  | 7 5 4 2 1 3 6 8 1 1      8通り  
          ^ ^ ^ ^ ^ ^ ^ ^ ^  
よって,  $2 \times 5 \times 7 \times 8 = 560$ 通り

3 右ページの見取り図のような直方体  $X$  を3つの平面  $P, Q, R$  で切断して、いくつかの立体ができました。このうちの1つをとって、立体  $Y$  と呼ぶことにします。

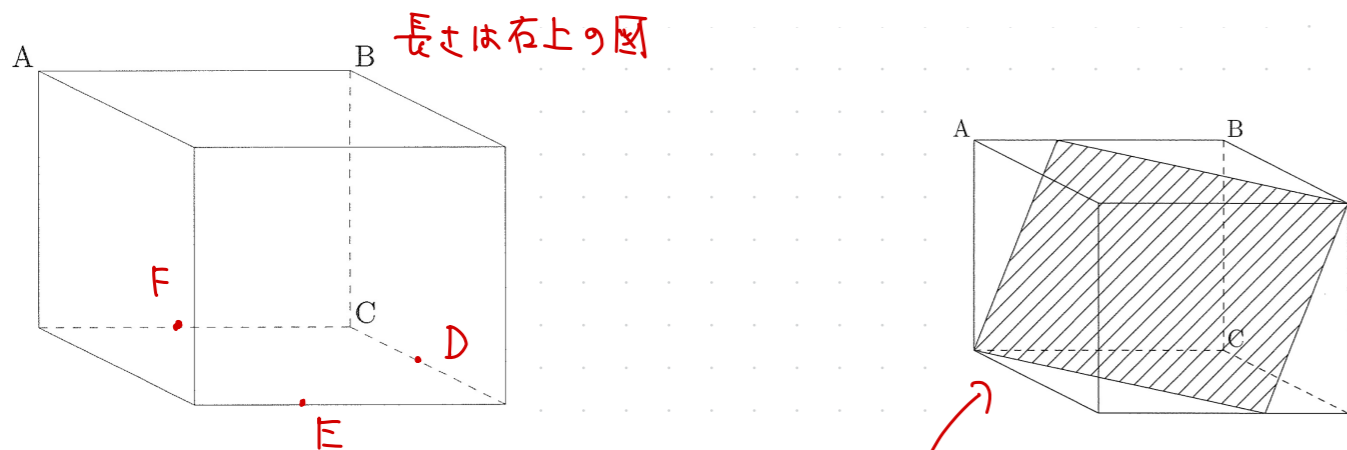
立体  $Y$  の展開図は右ページの図のようになります。ただし、辺 (あ), 辺 (い) につづく面が、それぞれ1つずつかかれていません。また、直方体  $X$  の見取り図の点  $A, B, C$  が、立体  $Y$  の展開図の点  $A, B, C$  に対応します。

(1) 立体  $Y$  の展開図の面①~⑤の中で、もともと直方体  $X$  の面であったものをすべて答えなさい。

展開図も見取り図に書き込み。  
「直角」「辺の長さ」から面を判断していく。

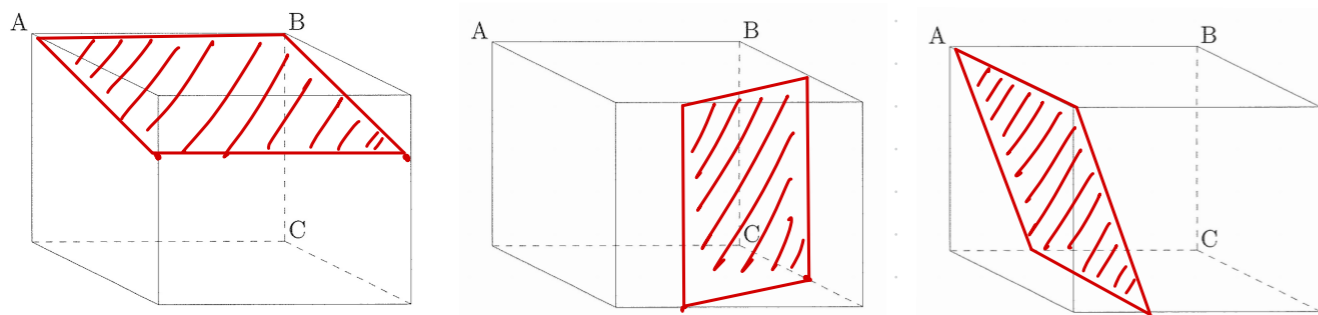
② ③ ④

(2) 立体  $Y$  の展開図に書かれた点  $D, E, F$  に対応する点は、直方体  $X$  の辺上にあります。辺上の長さの比がなるべく正確になるように注意して、点  $D, E, F$  に対応する点を、解答らんの直方体  $X$  の見取り図にかき入れなさい。

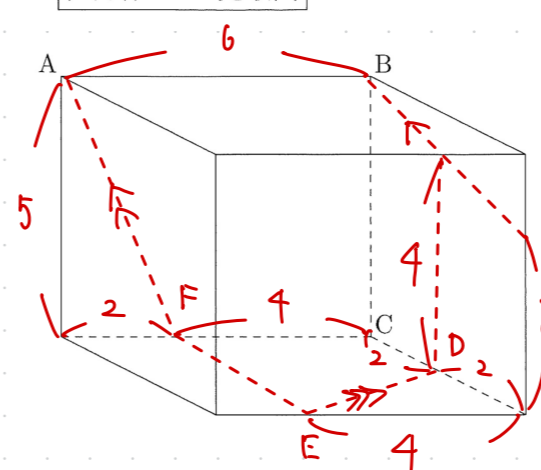


(3) 平面  $P$  で直方体  $X$  を切断したときの断面、 $Q$  で切断したときの断面、 $R$  で切断したときの断面は、それぞれどのような図形になりますか。次の図のようなかき方で、解答らんの直方体  $X$  の見取り図に1つずつかき入れなさい。3つの答えの順番は問いません。また、平面と交わる直方体の辺については、辺上の長さの比がなるべく正確になるように注意しなさい。

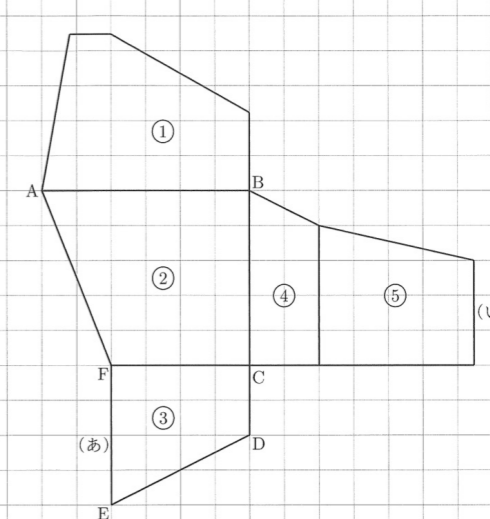
右上の図の平行線を意識して作図。



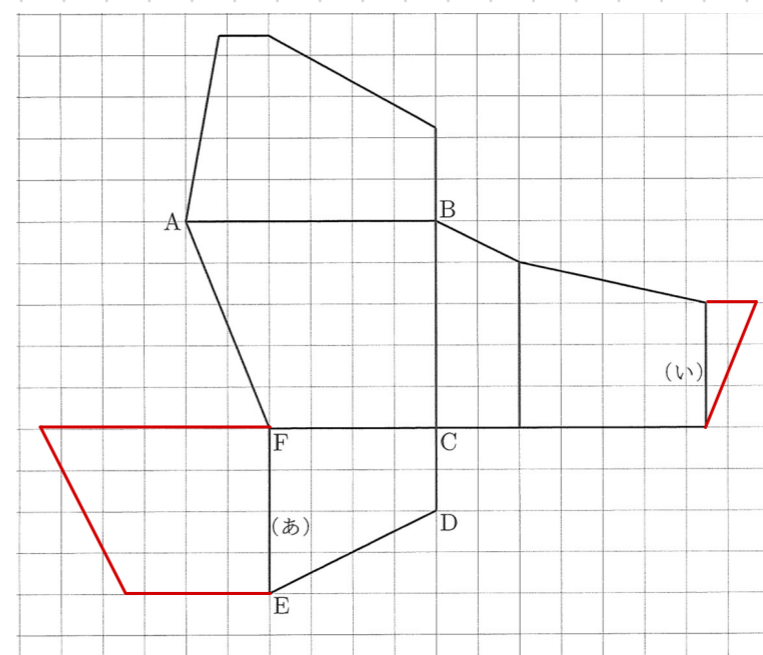
直方体  $X$  の見取り図



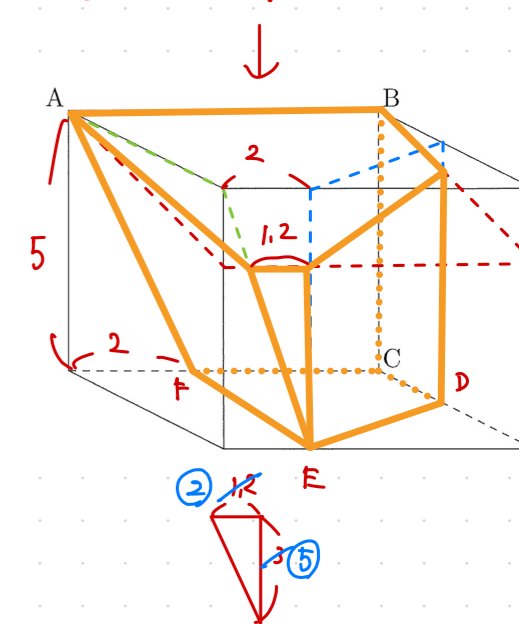
立体  $Y$  の展開図



(4) 解答らんの立体  $Y$  の展開図に、(あ), (い) につづく面を、なるべく正確にかき入れなさい。



3回切断後の立体



(5) 展開図のひと目盛を  $1\text{cm}$  とします。(4) でかき入れた面のうち、(い) につづくほうの面積を求めなさい。



$$3 \times 1.2 \times \frac{1}{2} = \underline{1.8\text{cm}^2}$$