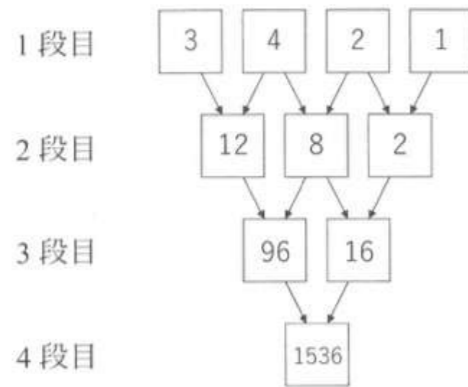


<2024 栄光>

1. 1段目に数をいくつか並べ、隣り合う2つの数の積を下の段に並べていきます。

例えば、1段目に左から 3, 4, 2, 1 と並べると、下の図のようになります。



(1) 1段目に左から次のように並べるとき、4段目の数をそれぞれ答えなさい。

(ア) 3, 4, 1, 2 と並べるとき

(イ) 3, 2, 4, 1 と並べるとき

(2) 1段目に1から6までの数を1つずつ並べるとき、6段目の数が最も大きくなるのは1段目にどのように並べたときですか。並べ方を1つ答えなさい。

(3) 1段目に左から 3, 5, 4, 2, 1, 6 と並べるとき、6段目の数は5で最大何回割り切れますか。例えば、75は5で最大2回割り切れます。

(4) 1段目に左から 1, 2, 3, 4, 5, 6 と並べるとき、6段目の数は2で最大何回割り切れますか。

(5) 1段目に1から8までの数を1つずつ並べます。並べ方によって、8段目の数が2で最大何回割り切れるかは変わります。2で割り切れる回数が最も多いのは何回か答えなさい。

(1) (ア)
$$\begin{array}{r} 3 \quad 4 \quad 1 \quad 2 \\ 12 \quad 4 \quad 2 \\ 48 \quad 8 \\ \hline 384 \end{array}$$

(イ)
$$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \quad 4 \quad 1 \\ 6 \quad 8 \quad 4 \\ 48 \quad 32 \\ \hline 1536 \end{array}$$

← 中央に数E
よせた方が大きくなることの確認をさせてくれている。

(2) (1)から、
$$\underline{1 \quad 3 \quad 5 \quad 6 \quad 4 \quad 2}$$

3 4 2 1 にしても
12 8 2
96 16
1536 になる。

(3)
$$3 \quad 5 \quad 4 \quad 2 \quad 1 \quad 6$$

数もかけず、
5だけおいかける!

$$\begin{array}{r} 5 \quad 5 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \\ 5^2 \quad 5 \quad 0 \quad 0 \\ 5^3 \quad 5 \quad 0 \\ 5^4 \quad 5 \\ 5^5 \end{array}$$

左右対称の入れかえをしても変わらない。

5回

(4)
$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 2 \quad 2^2 \quad 2^2 \quad 2 \\ 2^2 \quad 2^3 \quad 2^4 \quad 2^3 \\ 2^5 \quad 2^7 \quad 2^7 \\ 2^{12} \quad 2^{17} \\ 2^{26} \end{array}$$

26回

これまでの結果を
参考に方針を
たてる

(5) 2が多くかけ合わされているもの(4, 6)を中央によせる。

$$\begin{array}{r} 1 \quad 3 \quad 2 \quad 4 \quad 8 \quad 6 \quad 5 \quad 7 \\ 0 \quad 2^1 \quad 2^3 \quad 2^5 \quad 2^4 \quad 2 \quad 0 \\ 2^1 \quad 2^4 \quad 2^8 \quad 2^9 \quad 2^5 \quad 2 \\ 2^5 \quad 2^{12} \quad 2^{17} \quad 2^{14} \quad 2^6 \\ 2^{17} \quad 2^{29} \quad 2^{31} \quad 2^{20} \\ 2^{46} \quad 2^{60} \quad 2^{51} \\ 2^{106} \quad 2^{111} \\ 2^{217} \end{array}$$

217回

2. 容積が 100 L の水槽があり、給水用の蛇口 A, B と排水用の蛇口 C, D があります。蛇口から出る 1 分あたりの水の量はそれぞれ一定です。

また、水槽内の水量によって蛇口を開けたり閉めたりする装置①~④がついています。それぞれの装置の動作は次の通りです。

- 装置①: 水槽内の水が 20 L になったとき、B が閉まっていたら開ける。
- 装置②: 水槽内の水が 70 L になったとき、B が開いていたら閉める。
- 装置③: 水槽内の水が 80 L になったとき、D が閉まっていたら開ける。
- 装置④: 水槽内の水が 40 L になったとき、D が開いていたら閉める。

蛇口がすべて閉まっていて、水槽内の水が 60 L である状態を『始めの状態』とします。

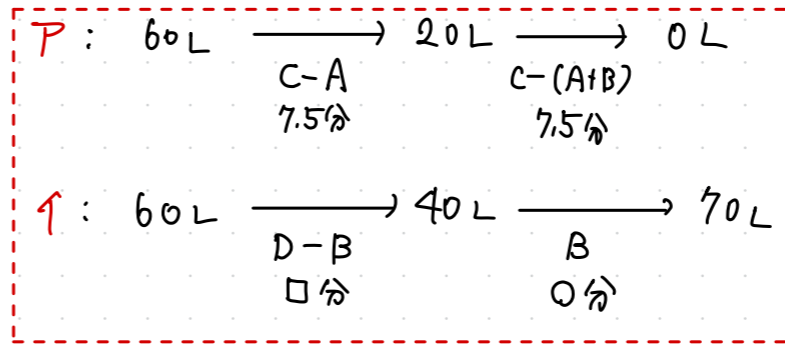
『始めの状態』から A, C を同時に開けると、7 分 30 秒後に B が開き、さらにその 7 分 30 秒後に水槽は空になります。一方、『始めの状態』から B, D を同時に開けると、先に D が閉まり、その後 B が閉まりました。B, D を開けてから B が閉まるまでの時間は 15 分でした。

- (1) B が 1 分間に給水する量は何 L ですか。
- (2) 『始めの状態』から A, B, C を同時に開けると、何分何秒後に水槽は空になりますか。
- (3) 『始めの状態』から A, C, D を同時に開けると、何分何秒後に水槽は空になりますか。

『始めの状態』から A, B を同時に開けると、通常は水槽が水でいっぱいになることはありませんが、装置②が壊れて動かなかったため水槽がいっぱいになりました。

- (4) A が 1 分間に給水する量は何 L より多く何 L 以下と考えられますか。求め方も書きなさい。

まずは分析すること。



$$C - A = \frac{40}{7.5} = \frac{80}{15} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3} \text{ L/分}$$

$$C - (A+B) = \frac{20}{7.5} = \frac{4}{1.5} = 2\frac{2}{3} \text{ L/分}$$

$$\therefore B = 5\frac{1}{3} - 2\frac{2}{3} = 2\frac{2}{3} \text{ L/分}$$

$$□ = 30 \div \frac{8}{3} = 11.25 \text{ 分} \quad □ = 15 - 11.25 = 3.75 \text{ 分}$$

$$D - B = 20 \div 3\frac{3}{4} = 5\frac{1}{3} \text{ L/分}$$

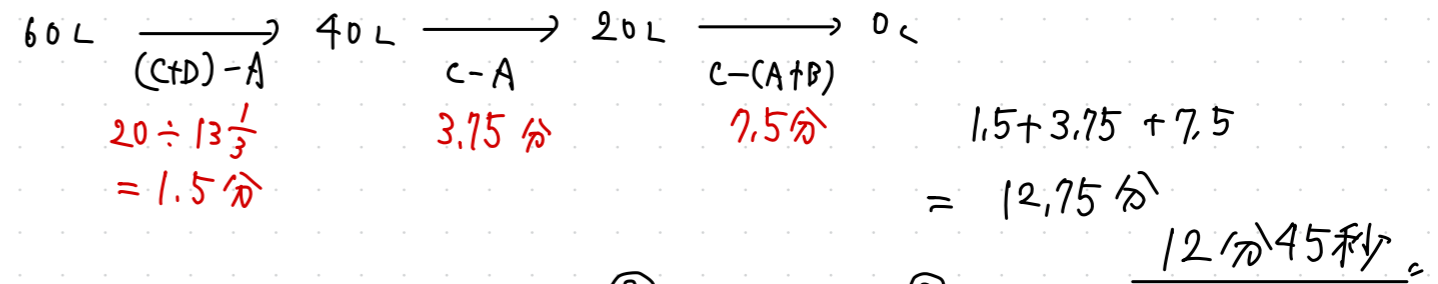
$$D = 5\frac{1}{3} + 2\frac{2}{3} = 8 \text{ L/分}$$

$$(2) \quad 60 \div 2\frac{2}{3} = 22.5 \text{ 分}$$

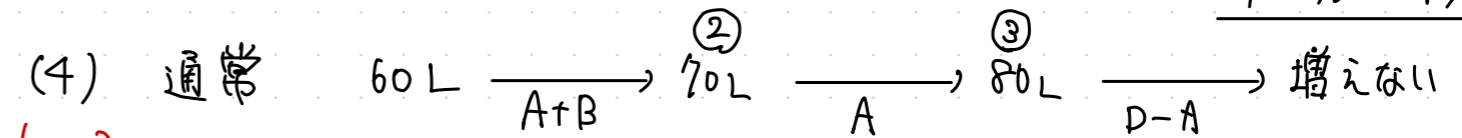
途中で 20 L になるが B は開いてるので 4 シル 20 K.

22 分 30 秒

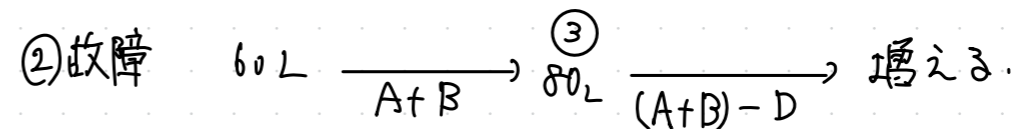
$$(3) \quad (C+D) - A = 5\frac{1}{3} + 8 = 13\frac{1}{3} \text{ L/分}$$



これまでにでてきた操作はいちいち計算しない!



↑から考える。つまり、A は D 以下なので 8 L/分 以下。



$$B = 2\frac{2}{3}, \quad D = 8 \text{ より}, \quad A = A \text{ は } 5\frac{1}{3} \text{ L/分 より多い。}$$

$$5\frac{1}{3} \text{ より多} < .8 \text{ 以下}$$

3. 100以上の整数のうち、次のような数を『足し算の数』、『かけ算の数』とよぶことにします。

『足し算の数』：一の位以外の位の数をすべて足すと、一の位の数になる

『かけ算の数』：一の位以外の位の数をすべてかけると、一の位の数になる

例えば、2024は $2+0+2=4$ となるので『足し算の数』ですが、 $2 \times 0 \times 2 = 0$ となるので『かけ算の数』ではありません。また、2030は $2+0+3=5$ となるので『足し算の数』ではありませんが、 $2 \times 0 \times 3 = 0$ となるので『かけ算の数』です。

(1) 『足し算の数』について考えます。

(ア) 3桁の『足し算の数』は全部でいくつありますか。

(イ) 最も小さい『足し算の数』は101です。小さい方から数えて60番目の『足し算の数』を答えなさい。

(2) 『かけ算の数』について考えます。

(ア) 3桁の『かけ算の数』は全部でいくつありますか。

(イ) 最も小さい『かけ算の数』は100です。小さい方から数えて60番目の『かけ算の数』を答えなさい。

(3) 『足し算の数』でも『かけ算の数』でもある数について考えます。

(ア) 一の位の数として考えられるものをすべて答えなさい。

(イ) 『足し算の数』でも『かけ算の数』でもある数はいくつあるか、一の位の数ごとに答えなさい。ただし、無い場合は空欄のまま構いません。

★ 一の位の数で和分解するより、
こちらの方が早い!

(1) P. $10\underline{1}, 11\underline{2}, \dots, 18\underline{9}$ 9コ
 $20\underline{2}, 21\underline{3}, \dots, 27\underline{9}$ 8コ
 $30\underline{3}, 31\underline{4}, \dots, 36\underline{9}$ 7コ
 \vdots
 $90\underline{9}$ 1コ
 $9+8+\dots+1 = 45$ コ

イ 4けたの15コ目を探す。

$100\underline{1}, 101\underline{2}, \dots, 108\underline{9}$, あと6コ
 $110\underline{2}, 111\underline{3}, \dots, 115\underline{7}$ 1157

(2) P. 積が0~9になる2数はそれほど多くないので、調べる。

0 = 1×0 ① 2×0 ① \vdots 9×0 ①
 1 = 1×1 ①
 2 = 1×2 ②
 3 = 1×3 ②
 4 = 1×4 ②
 5 = 1×5 ②
 6 = 1×6 ②
 7 = 1×7 ②
 8 = 1×8 ②
 2 × 2 ①
 2 × 4 ②
 3 × 3 ①
 2 × 3 ②

(素数や平方数なども意識してみよう)

$9+1+8+6+8 = 32$ コ

イ. 28コ探せばよい。

$100\underline{0}$ $110\underline{0}$ $120\underline{0}$ $130\underline{0}$
 $101\underline{0}$ $111\underline{1}$ $121\underline{2}$ $131\underline{3}$ 3コ
 \vdots $112\underline{2}$ $122\underline{4}$ $132\underline{6}$
 \vdots $119\underline{9}$ $123\underline{6}$ 5コ
 $124\underline{8}$ 1326

(3) (2) Pから、1はいくつかかけても答えが変わらないことを利用して探す。

例) $4 \rightarrow 22\underline{4}$ $6 \rightarrow 231\underline{6}$
 $9 \rightarrow 33111\underline{9}$ $8 \rightarrow 2411\underline{8}$
 (0, 1, 素数は、
 13, 15 など、
 どうがんばっても4!!)
 よって、4, 6, 8, 9

(4) $4 \rightarrow (2,2)$ の並びかえ $\rightarrow 1$ 通り
 $6 \rightarrow (1,2,3) \rightarrow 6$ 通り
 $9 \rightarrow (1,1,1,3,3) \rightarrow \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$ 通り
 $8 \rightarrow (1,1,2,4) \rightarrow 4 \times 3 = 12$ 通り
 $(1,1,2,2,2) \rightarrow 10$ 通り
 22通り

8だけさらに分解できる。

一の位	0	1	2	3	4
個数					1
一の位	5	6	7	8	9
個数		6		22	10

4. 底辺が2 cm で高さが2 cm の二等辺三角形を底面とする、高さ2 cm の三角柱を考えます。
この三角柱を以下の図のように1辺の長さが2 cm の立方体 ABCD-EFGH の中に置きます。
なお、角すいの体積は「(底面積) × (高さ) ÷ 3」で求められます。

(1) 図1のように、三角柱の向きを変えて2通りの置き方をしました。これらの共通部分の立体Xの体積を答えなさい。

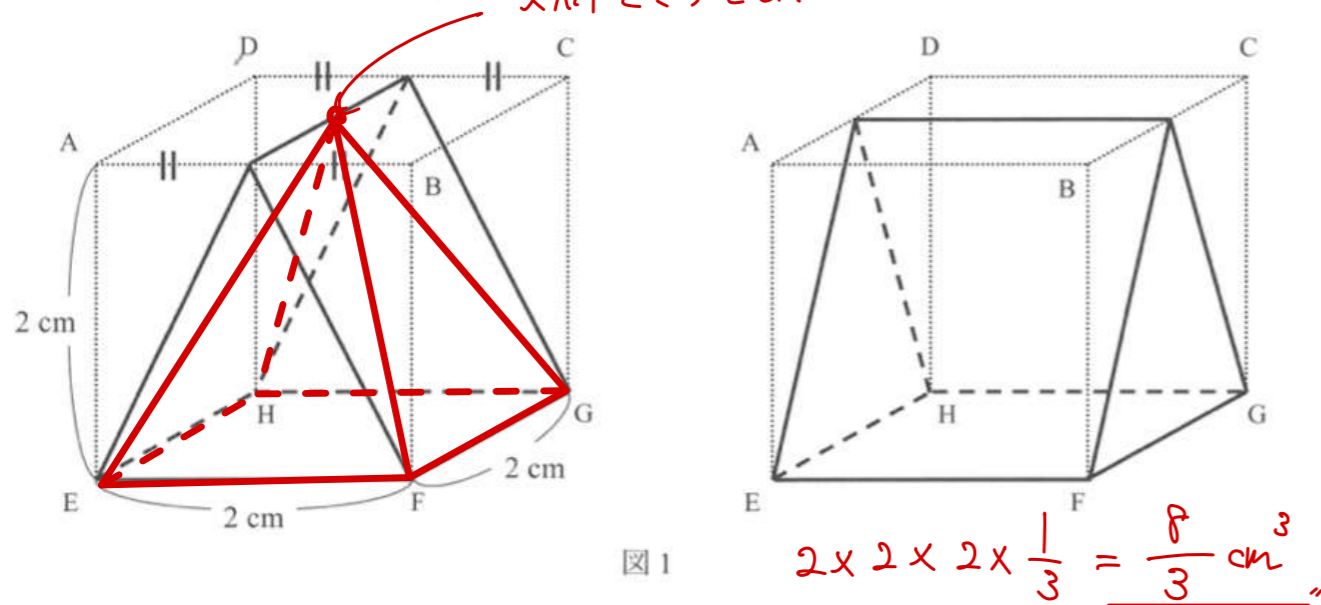


図1

$$2 \times 2 \times 2 \times \frac{1}{3} = \frac{8}{3} \text{ cm}^3$$

(2) 図2のように、三角柱の向きを変えて2通りの置き方をしました。これらの共通部分の立体Yをします。

(ア) 立体Yの面はいくつありますか。

4つ

(イ) 立体Yの体積を答えなさい。

$$2 \times 2 \times \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{4}{3} \text{ cm}^3$$

上面△で高さ1cmの三角すいか、2つ。

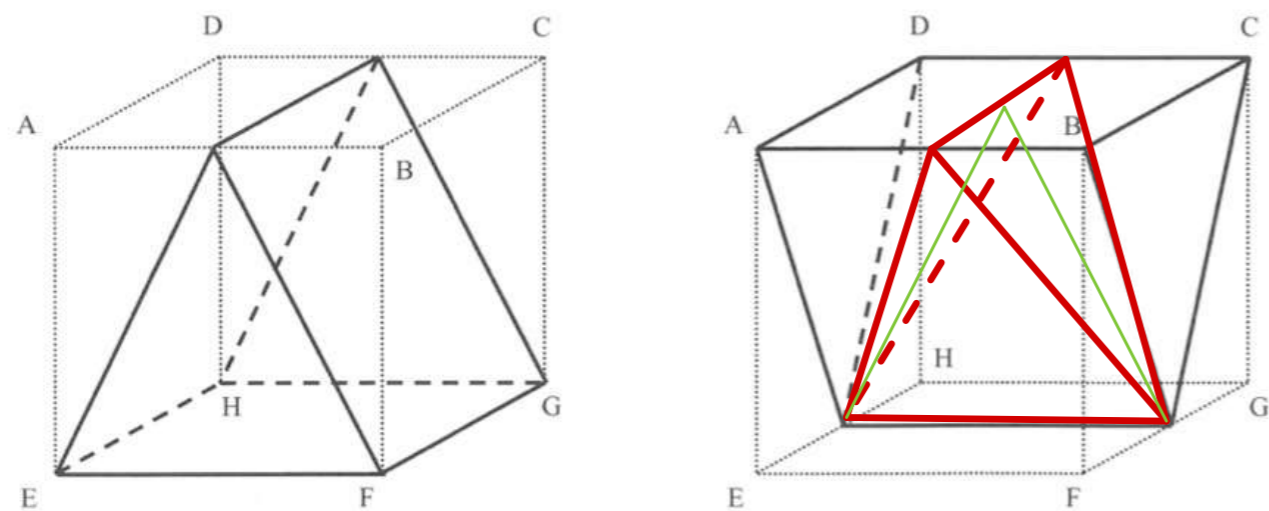


図2

(3) 図3のように、三角柱の向きを変えて2通りの置き方をしました。これらの共通部分の立体をZとします。

(ア) 立体Zのそれぞれの面は何角形ですか。答え方の例にならって答えなさい。

(答え方の例) 三角形が3面、四角形が2面、五角形が1面

(イ) 立体Zの体積を答えなさい。

考えやすい方で作図してOK!

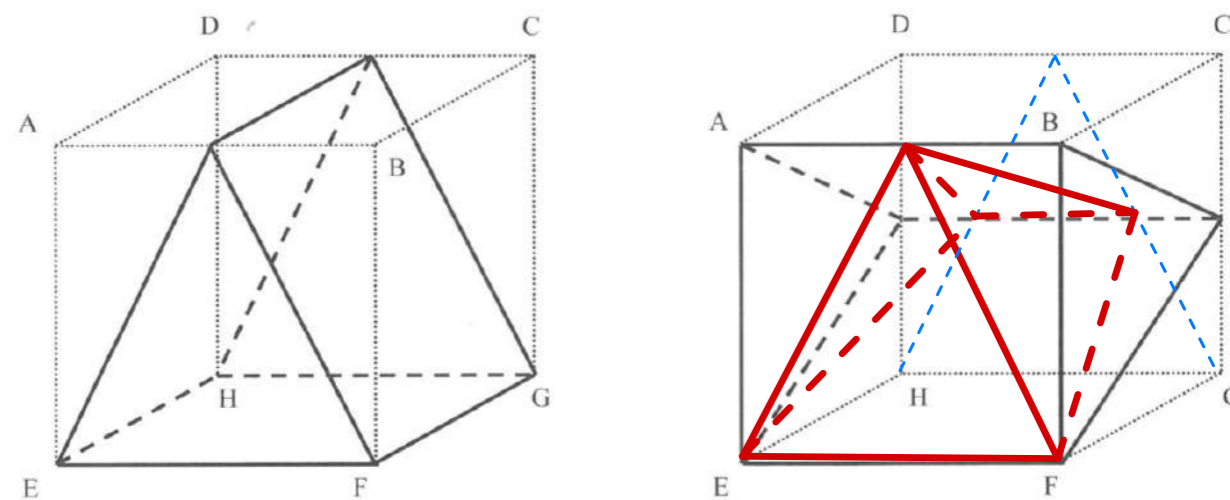
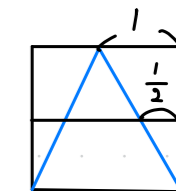


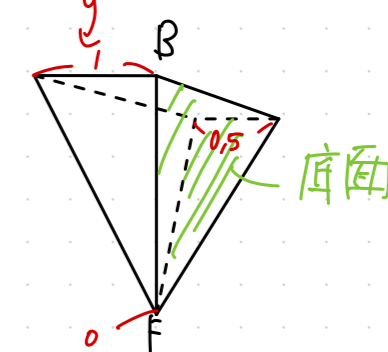
図3

(ア) 三角形4つ、四角形1つ



(イ) もとの三角柱から左右の立体2つを引く

$$2 \times 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1+0.5+0}{3} \times 2 = 2 \text{ cm}^3$$



よって、

$$2 \times 2 \times \frac{1}{2} \times 2 - 2 = 2 \text{ cm}^3$$

もと