＜2024 駒東＞

1

(1) ① □にあてはまる１以上の整数の組は何個ありますか。

11 × [ア] + 23 × [イ] = 2024

ア	23	46	69	92	115	138	161
イ	77	66	55	44	33	22	11

7通り

② □にあてはまる１以上の整数の組を１つ答えなさい。

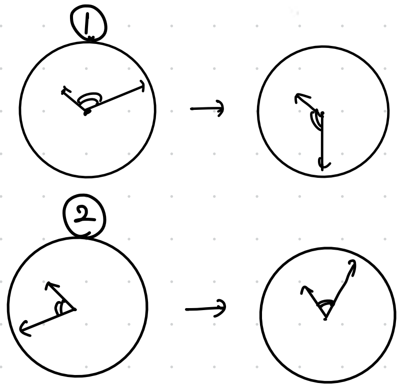
8 × [ウ] + 11 × [エ] + 23 × [オ] = 2024

$11 \times 23 + 23 \times 77 = 2024$

$8 \times 11 + 11 \times 15 + 23 \times 77 = 2024$

ウ 11 エ 15 オ 77

(2) 現在，時計の針は 10 時 [カ] 分 [キ] 秒を指しています。長針と短針のつくる角度が現在と 20 分後で変わらないとき，[カ]，[キ] にあてはまる数を（カ，キ）の形ですべて答えなさい。ただし，キの値(あたい)は分数(ぶんすう)で答えなさい。



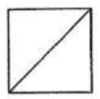
①の10分後に長針と短針が反対方向に一直線。

$120 \div 5.5 - 10 = \frac{240}{11} - 10 = \frac{130}{11}$ 分 $= 11\frac{9}{11}$ 分　$(11, 49\frac{1}{11})$

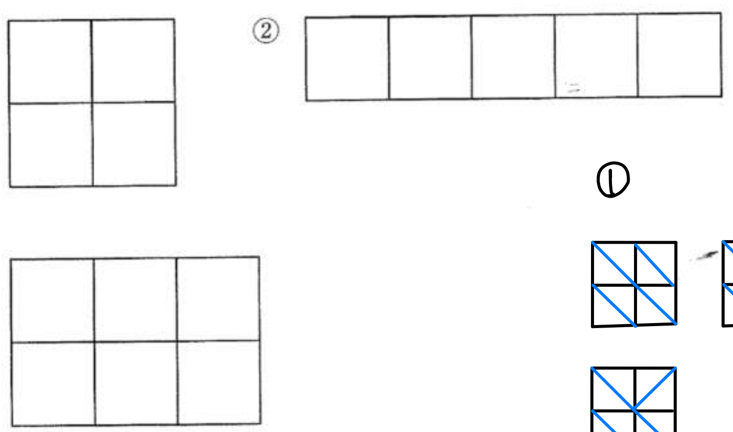
②の10分後に長針と短針が重なる。

$300 \div 5.5 - 10 = \frac{600}{11} - 10 = \frac{490}{11}$ 分 $= 44\frac{6}{11}$ 分　$(44, 32\frac{8}{11})$

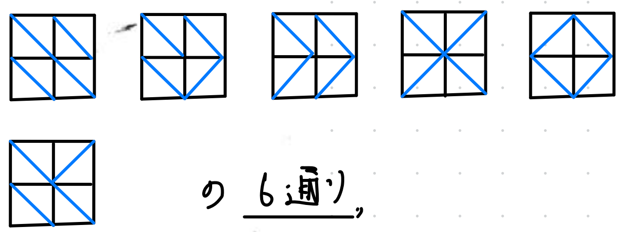
(3) 右の図のような正方形のタイルを並べて模様をつくります。次の形に並べるとき，何通りの模様が考えられますか。ただし，タイルは回転して使ってもよいですが，裏面は使いません。また，回転して同じ模様になるものは１つの模様とみなします。



①　②　③

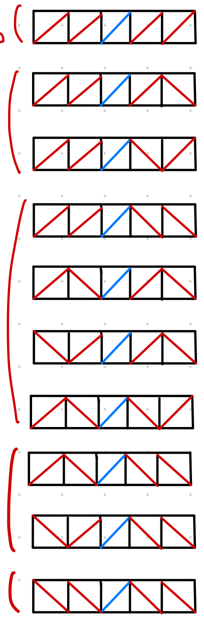


①



の6通り

②



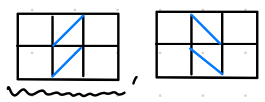
0つ　1つ　2つ　3つ　4つ

[/]と[\]にかえて

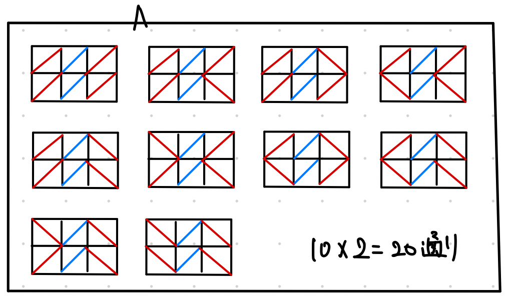
10×2

= 20通り

③

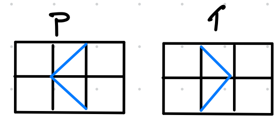


のとき、



10×2 = 20通り

ア　イ

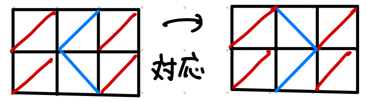


のとき

それぞれ 2×2×2×2 = 16マスあり

アをうら返したものと、イは16通り対応する。

よって、16通り

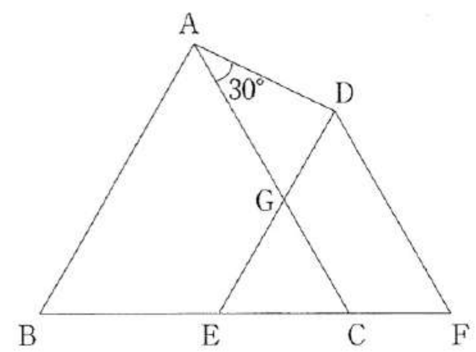


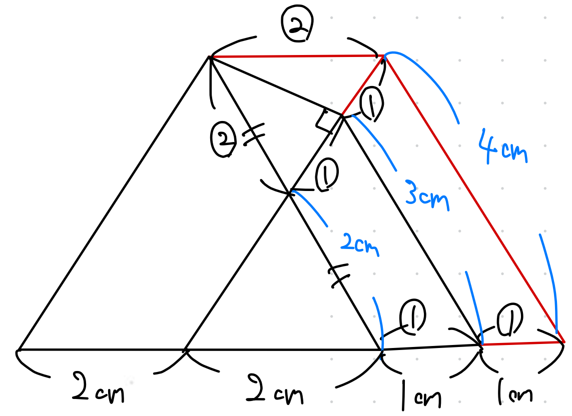
対応

以上から、20 + 16 = 36通り

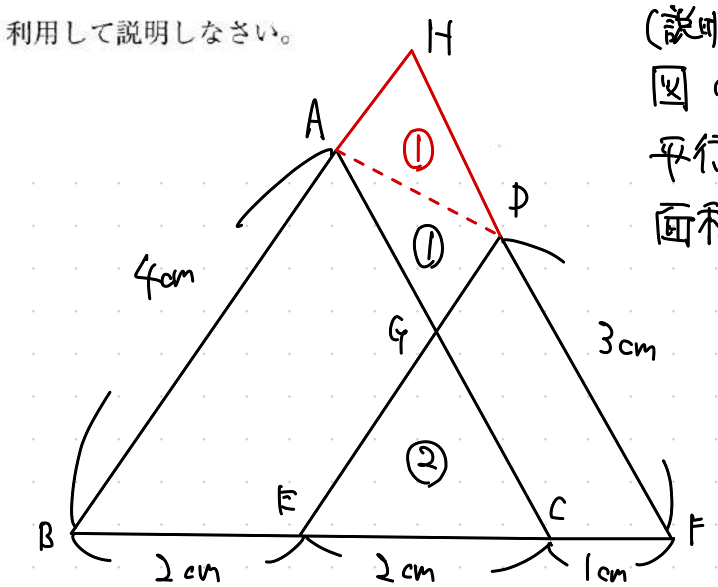
(4) ① 下の図のように，１辺の長さが 4 cm の正三角形 ABC と１辺の長さが 3 cm の正三角形 DEF があり，辺 AC と辺 DE が交わる点を G とします。三角形 AGD において角 A の大きさが 30° のとき，三角形 AGD と三角形 GEC の面積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

$1 \times 2 : 2 \times 2 = 1 : 2$





② １辺の長さが 3 cm の正三角形と１辺の長さが 4 cm の正三角形の面積の和は，１辺の長さが 5 cm の正三角形の面積に等しいことを，①を利用して説明しなさい。



（説明）

図の△GEC（重なり）と平行四辺形AGDHは同じ面積になるので、等積移動すると、△BFHの面積の和は、△ABCの面積と△DEFの面積の和になる。

2

1 辺の長さが 6 cm の正十一角形があります。この正十一角形の各頂点を中心として半径 6 cm の円をかき，11 個の円の内側全体を図形アとします。

このとき，次の問いに答えなさい。ただし，円周率は 3.14 とします。

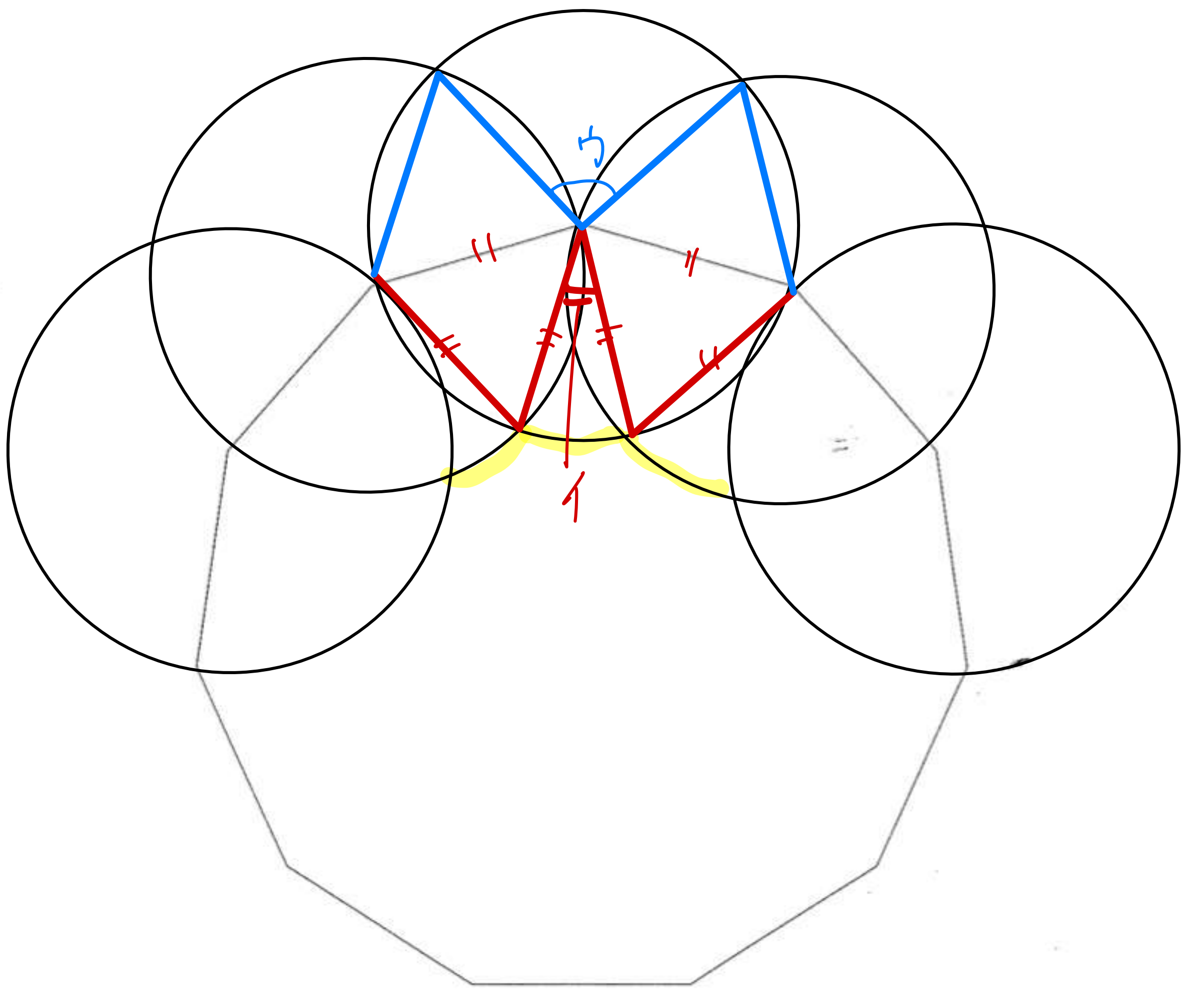
(1) 正十一角形の 11 個の角の大きさの和を求めなさい。

$180 \times (11-2) = \underline{1620^\circ}$

(2) 正十一角形の内側にあり，アの外側にある部分のまわりの長さを求めなさい。

(3) アを正十一角形によって 2 つの部分に分け，それらの面積を比べます。正十一角形の内側にある部分をイ，外側にある部分をウとします。

このとき，イとウのうち，どちらの方が何 cm² 大きいですか。



(1) $180 \times (11-2) = \underline{1620^\circ}$

(2) の和を求めればよい。

$イ = \frac{1620}{11} - 60 \times 2 = \frac{300^\circ}{11}$

$12 \times 3.14 \times \frac{1}{360} \times \frac{300}{11} \times 11 = \underline{31.4\text{ cm}}$

(3) 正三角形部分は同じ!

$ウ = 120^\circ - \frac{300}{11} = \frac{1020}{11}$ なので、

差は

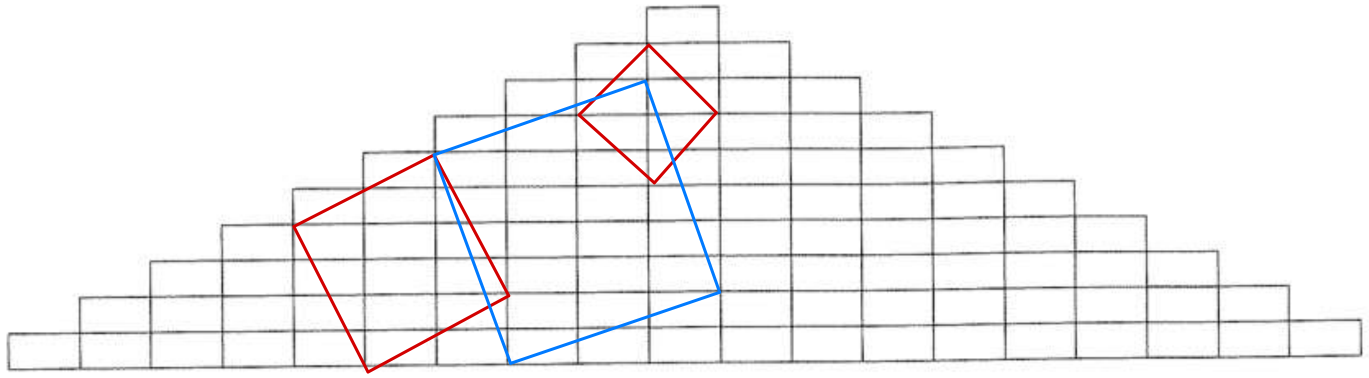
$36 \times 3.14 \times \frac{1}{360} \times \underbrace{\left(\frac{1020}{11} - \frac{300}{11}\right)}_{中心角の差} \times 11$

$= 72 \times 3.14$

$= \underline{226.08\text{ cm}^2}$

3

たて 1 cm，横 2 cm の長方形アを，下の図のようにピラミッド状に 10 段並べた図形イを考えます。



このとき，次の問いに答えなさい。

(1) 長方形アを何個並べましたか。

(2) 図形イにおいて長方形アの頂点を結んでできる正方形のうち，正方形の辺が長方形アの辺に平行なものは全部で何個ありますか。

(3) 図形イにおいて長方形アの頂点を結んでできる正方形のうち，図形イからはみ出さず，正方形の辺が長方形アの辺に平行でないものを考えます。

① そのような正方形のうち，大きさが異なるものを解答欄（らん）の枠（わく）にすべてかきなさい。ただし，1つの枠にかける正方形は1つとし，すべての枠を使うとは限りません。

② そのような正方形は図形イの中に全部で何個ありますか。

(1) $1+3+5+\cdots$ は平方数で表せる．$10\times10=\underline{100\text{コ}}$

(2) 1辺 2cm → $1+3+5+7+9+11+13+15+17=9\times9=81$

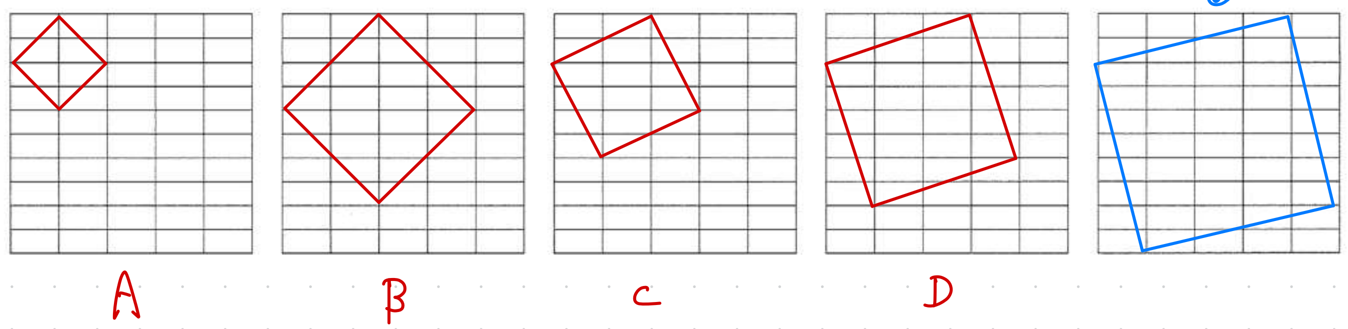
1辺 4cm → $2+4+6+8+10+12=2\times21=42$

1辺 6cm → $1+3+5+7=16$

1辺 8cm → 2　　$81+42+16+2=\underline{141\text{コ}}$

(3)

これはピラミッドに入らないので ダメ！



A $2+4+6+8+10+12=42$

B $2+4=6$

C $\underbrace{(2+4+6+8)\times2}_{\text{反対向き}}=40$

D $(1+3)\times2=8$　　$42+6+40+8=\underline{96\text{コ}}$

4

同じ整数を２回かけてできる数を平方数といいます。平方数を次のように○を用いて表すことにします。例えば，45 × 45 = 2025 ですから，2025 は 45 の平方数であり，これを 2025 = ㊺ と表します。
このとき，次の問いに答えなさい。

(1) □にあてはまる数を答えなさい。
1 から 5 までの連続する整数の平方数の和 ① + ② + ③ + ④ + ⑤ を，次のような考え方で計算します。

① + ② + ③ + ④ + ⑤
＝1×1＋2×2＋3×3＋4×4＋5×5
＝1＋(2＋2)＋(3＋3＋3)＋(4＋4＋4＋4)＋(5＋5＋5＋5＋5)

＋で結ばれている 15 個の数を図 1 のように並べます。これらの数を，120° 反時計回りに回転させた位置（図 2）と時計回りに回転させた位置（図 3）に並べます。

図1	図2	図3
1	5	5
2 2	4 5	5 4
3 3 3	3 4 5	5 4 3
4 4 4 4	2 3 4 5	5 4 3 2
5 5 5 5 5	1 2 3 4 5	5 4 3 2 1

３つの図において，同じ位置にある３個の数をたすと，どの位置でも ア になります。このことを利用して ① + ② + ③ + ④ + ⑤ を計算すると イ になります。
同じように考えて，1 から 11 までの連続する整数の平方数の和 ① + ② + …… + ⑪ を計算すると ウ になります。

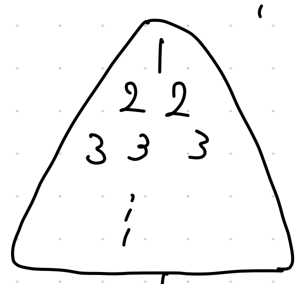
(1) ア = 11　イ $11 \times (1+2+\cdots+5) \times \frac{1}{3} = 55$

ウ $= (1+11+11) \times (1+2+\cdots+11) \times \frac{1}{3}$
$= 23 \times 66 \times \frac{1}{3}$
$= 506$

(2) 2024 は 2 から連続する**偶数**の平方数の和で表すことができます。その表し方を，○を用いて答えなさい。ただし，途中を「……」で省略してもかまいません。

2　　　2
4 4　　4 4
6 6 6　　6 6 6
⋮　　⋮

のように偶数の形2つ分で表せる.



506

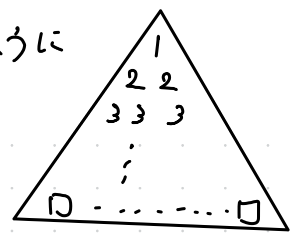
2024÷2=1012 (1つ分)
1012÷2=506 より、(1)のように表すと、

$(1+\square+\square) \times \underbrace{(1+2+\cdots+\square)}_{三角数} \times \frac{1}{3} = 506$　(1)のウじゃん!!

よって, □=11.
22×22までと分かるので、
②+④+⑥+…+㉒

(3) 3 から連続する **3 の倍数**の平方数の和で表すことができる 5 けたの整数のうち，最も大きいものを求めなさい。

(2)と同じように



×3×3 したものが5けたで最大になればよい。

$(\square \times 2+1) \times (1+2+\cdots+\square) \times \frac{1}{3} \times 3 \times 3 = 99999$ ← とりあえず

$(\square \times 2+1) \times (1+2+\cdots+\square) = 33333$

まだ絞ることはできるが、あてはめた方がはやい!

□=20 だと　41×210 = 8610
□=30 だと　61×465 = 28365
□=31 だと　63×496 = 31248
□=32 だと　65×528 = 34320

よって, □=31で
31248×3 = 93744