

# < 開幕 2024 >

① 1 から 9 までの数字が書かれたカードがそれぞれ 1 枚ずつ、全部で 9 枚あり、2 つの空の袋 A, B があります。次の各問いに答えなさい。

(1) はじめに、9 枚のカードから 1 枚のカードを選び、袋 A に入れます。次に、残ったカードから 3 枚のカードを選び、袋 B に入れます。袋 A, B からカードをそれぞれ 1 枚ずつ取り出すとき、どのカードを取り出しても、取り出した 2 枚のカードに書かれている数の積が 10 の倍数となるような、袋 A, B に入れるカードの入れ方は、何通り考えられますか。

(2) はじめに、9 枚のカードから 1 枚以上 4 枚以下の好きな枚数のカードを選び、袋 A に入れます。次に、残ったカードから 1 枚以上 4 枚以下の好きな枚数のカードを選び、袋 B に入れます。袋 A, B からカードをそれぞれ 1 枚ずつ取り出すとき、どのカードを取り出しても、取り出した 2 枚のカードに書かれている数の積が 10 の倍数となるような、袋 A, B に入れるカードの入れ方は、何通り考えられますか。

(3) はじめに、9 枚のカードから 1 枚以上 3 枚以下の好きな枚数のカードを選び、袋 A に入れます。次に、残ったカードから 1 枚以上 3 枚以下の好きな枚数のカードを選び、袋 B に入れます。袋 A, B からカードをそれぞれ 1 枚ずつ取り出すとき、どのカードを取り出しても、袋 A から取り出したカードに書かれている数が、袋 B から取り出したカードに書かれている数より 6 以上大きくなるような、袋 A, B に入れるカードの入れ方は、何通り考えられますか。

このページは白紙です。

(1) A → 5 は確定。  
B → 2, 4, 6, 8 から 3 枚入れるしかない。  $4C_3 = 4$  通り。

(2) A → 5  
B → (偶数 4 枚 → 1 通り)  $(1+4+6+4) \times 2 = 30$  通り  
偶数 3 枚 →  $4C_3 = 4$  通り  
偶数 2 枚 →  $4C_2 = 6$  通り  
偶数 1 枚 →  $4C_1 = 4$  通り

(3) A の 1 番小さい数と B の 1 番大きい数の差が 6 以上になればよい。  
\* 差ごとに場合分けすると楽!

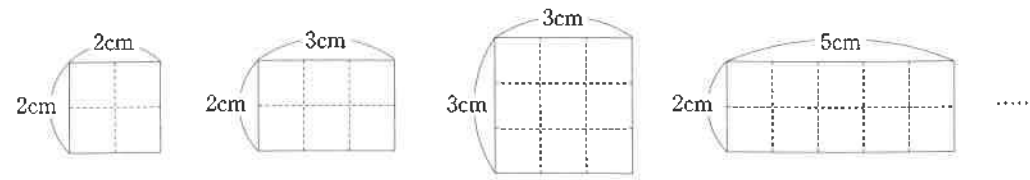
	① 差が 6		② 差が 7		③ 差が 8	
	A	B	A	B	A	B
8, 9 はあってもなくてもいいので、 $2 \times 2 = 4$ 通りも可。	7	1	8	1	9	1
	8 7	1	9 8	1		
	9 7	1	9	2		
	9 8 7	1	9	2 1		
これも $2 \times 2 = 4$ 通りも求まる。	8	2				
	9 8	2				
	8	2 1				
A 7 B 1 のときも同じ 4 通りで OK!	9	2 1				
	9	3				
	9	3 2				
	9	3 1				
	9	3 2 1				

よって、 $|2+4+1| = 17$  通り。

2 次の各問いに答えなさい。

このページは白紙です。

(1) 縦の長さも横の長さも、それぞれ 2 cm, 3 cm, 4 cm, ..., 99 cm, 100 cm のいずれかとなるような、長方形や正方形のタイルを考えます。このようなタイルとして考えられるものをすべて、面積が小さい順に左から一列に並べます。ただし、同じ面積のタイルは、縦の長さが最も短いタイルのみを並べます。次に、あるタイル X が、並べられている他のタイルのうちいずれか 1 種類を、何枚かつなげて作ることができる場合は、タイル X を列から取り除きます。例えば、縦の長さが 2 cm、横の長さが 4 cm のタイルは、縦の長さが 2 cm、横の長さが 2 cm のタイルを 2 枚つなげて作ることができるので、列から取り除きます。このようにして取り除けるタイルをすべて取り除いたところ、下のようなタイルの列ができました。



① 左から 7 番目にあるタイルの面積は何  $\text{cm}^2$  ですか。

② タイルの列に、面積が  $60 \text{ cm}^2$  以下のタイルは何枚ありますか。

(2) どの面の形も (1) の列にあるタイルのいずれかと同じ形であるような、直方体や立方体を考えます。ただし、体積が同じ立体がいくつか考えられるときは、向きが違うものは区別しないで、そのうち一つだけ考えるようにします。こうして考えられる立体をすべて、体積が小さい順に左から一列に並べます。左から 10 番目にある立体の体積は何  $\text{cm}^3$  ですか。

(1) まずは書き出してみる。その際に図形ではなく積の形で書くと、性質に気が付きやすい。

たて×よこ 面積	<del>2x2</del>	<del>2x3</del>	<del>2x4</del>	<del>2x5</del>	<del>2x6</del>	<del>2x7</del>	<del>2x8</del>	<del>2x9</del>	2x11 ...
	4	6	8	10	12	14	16	18	22
	<del>3x3</del>	<del>3x4</del>	<del>3x5</del>	<del>3x6</del>	<del>3x7</del>				2x3 のタイル 3つでできる。
	9	12	15	18	21				

4x□ はどれもダメ!  
2x3 のタイル 2つでできる

① 21  $\text{cm}^2$

② 素数×素数のみOK!

- 2x2, 2x3, 2x5, 2x7, 2x11, 2x13, 2x17, 2x19, 2x23, 2x29,  
 3x3, 3x5, 3x7, 3x11, 3x13, 3x17, 3x19,  
 5x5, 5x7, 5x11,  
 7x7,  $10+7+3+1=21$  ② 21枚

(2) 2x2x2, 2x2x3, 2x2x5, 2x2x7, 2x2x11,

- ① (8)    ② (12)    ④ (20)    ⑥ (28)    ⑨ (44)

- 2x2x13 (52)    2x2x17 (68)

- 2x3x3 (18)    ⑦ (30)    ⑧ (42)    (66)    2x5x5 (50)

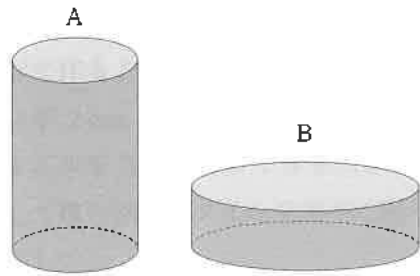
- 3x3x3 (27)    ⑩ (45)    (63)

45  $\text{cm}^3$

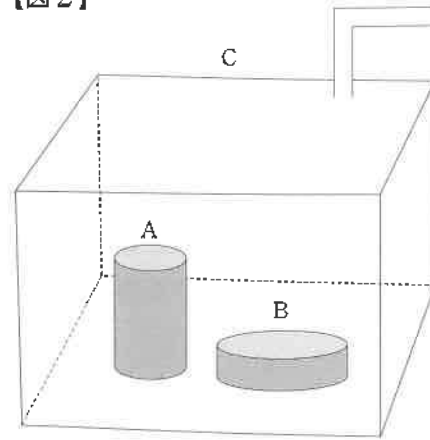
3 【図1】のように、2つの円柱の形をしたおもりA, Bがあります。AとBの体積は等しく、Aの高さはBの高さの3倍です。

【図2】のように、四角柱の形をした空の容器Cの中に、おもりA, Bを置きます。

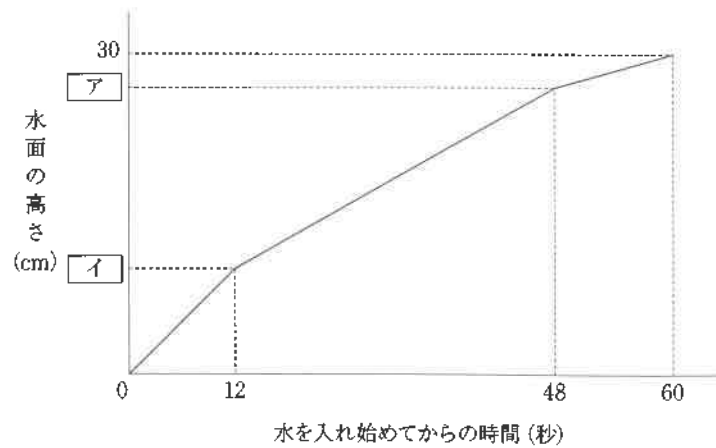
【図1】



【図2】



容器Cの中に、1秒あたり同じ量の水を静かに入れ続けたとき、水を入れ始めてからの時間と、容器Cの底面から水面までの高さの関係は、下のグラフのようになりました。



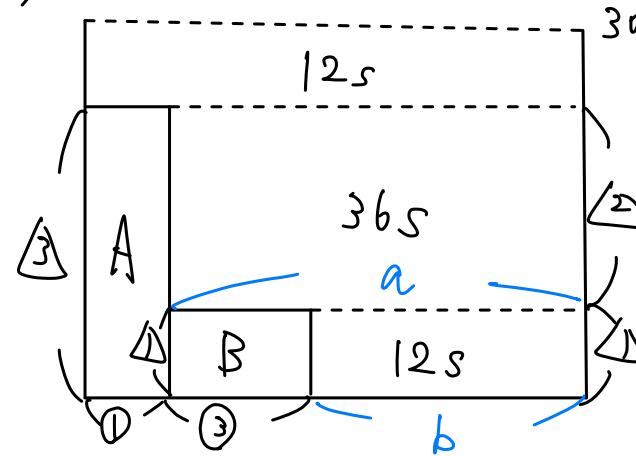
次の各問いに答えなさい。

(1) Cの底面積は、Aの底面積の何倍ですか。

(2) グラフの  ,  にあてはまる数を答えなさい。

このページは白紙です。

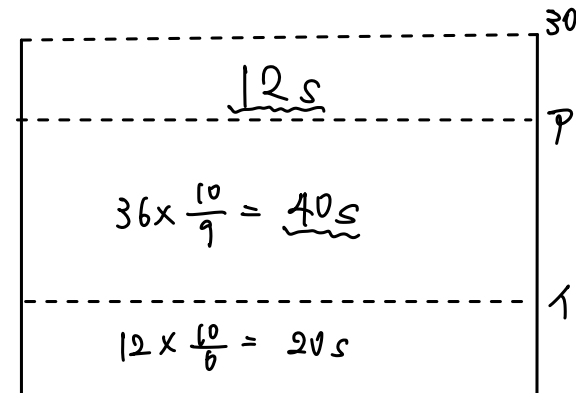
(1)



$$a : b = \frac{36}{2} : \frac{12}{1} = 3 : 2$$

$a = \text{㊸}$   $b = \text{㊹}$  より、  
CはAの10倍、  
㊺ ㊻

(2)



おもりがない場合、左図のように

はるがて、

$$P = 30 \times \frac{60}{72} = \underline{25 \text{ cm}}$$

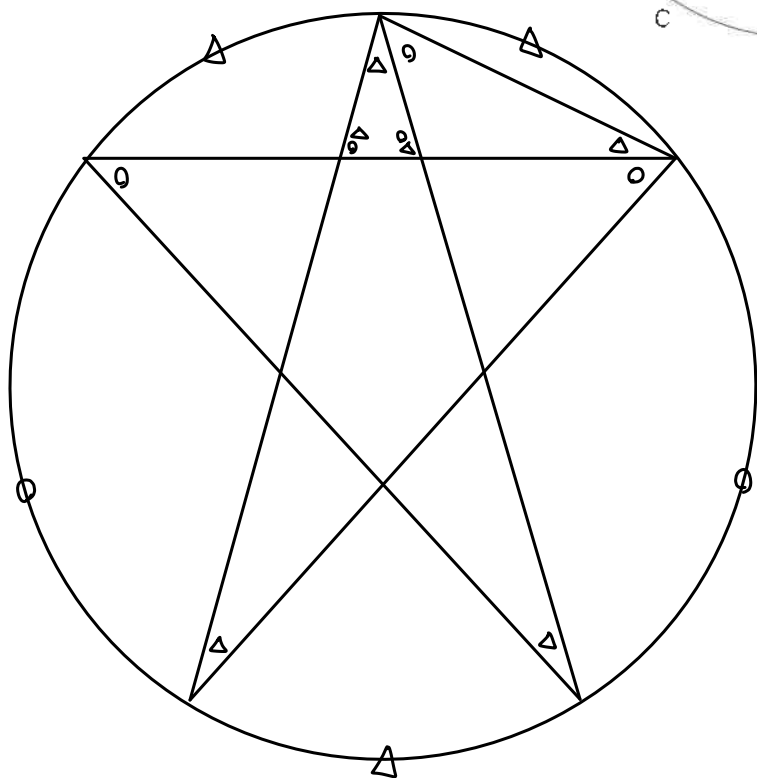
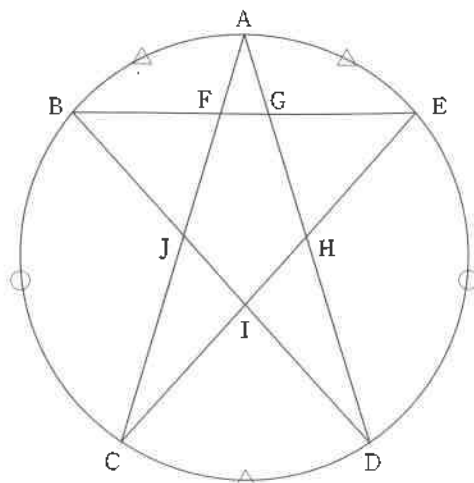
$$I = 30 \times \frac{20}{72} = \underline{\frac{25}{3} \text{ cm}}$$

4 図のように、円周を5つの点A, B, C, D, Eで区切ったとき、△をつけた3つの曲線部分AB, CD, AEの長さは等しく、○をつけた2つの曲線部分BC, DEの長さは等しくなりました。また、直線AGの長さは1cm, 直線ADの長さは4cm, 直線FEの長さは2cmです。次の各問いに答えなさい。

(1) 直線FGの長さは何cmですか。

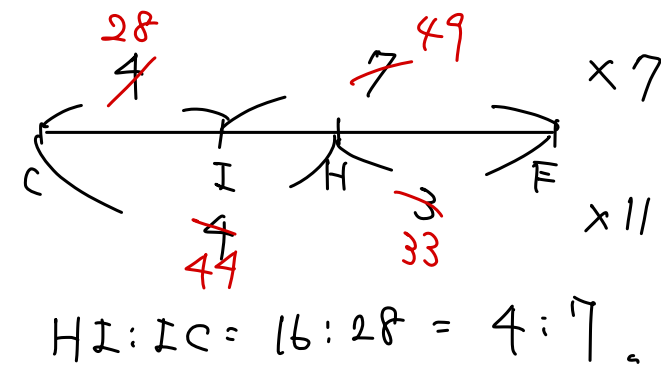
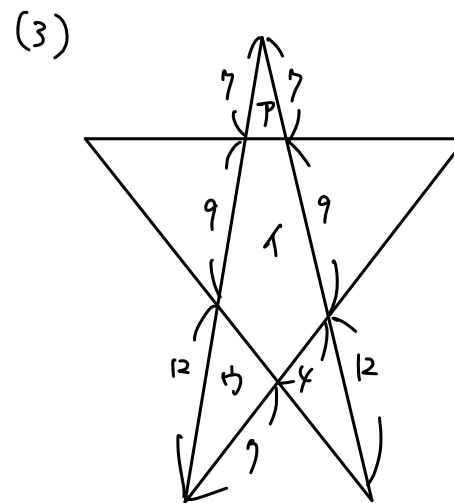
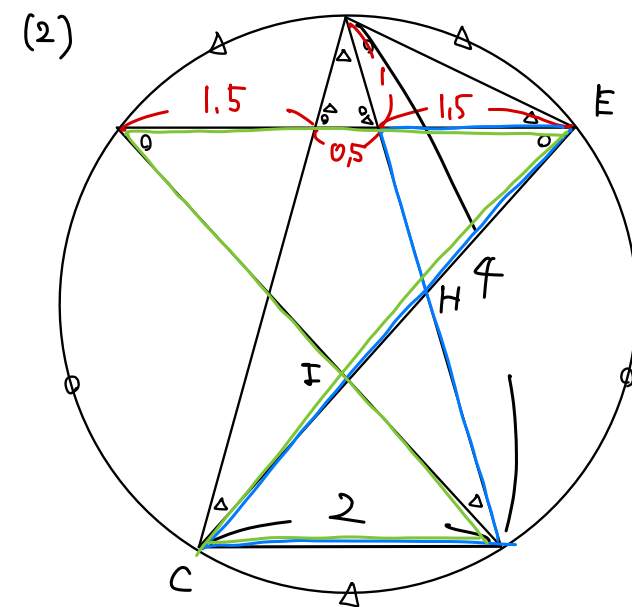
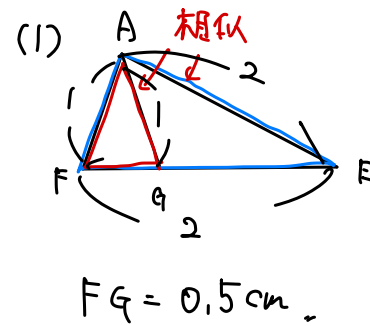
(2) 直線HIと直線ICの長さの比 (HIの長さ):(ICの長さ) を、最も簡単な整数の比で答えなさい。

(3) 五角形FGHIJの面積は、三角形AFGの面積の何倍ですか。



このページは白紙です。

△と△を見！



$P = 1$  とすると、

$$P + I + U = \frac{448}{49} = \frac{64}{7}$$

$$U = \frac{64}{7} \times \frac{12}{28} \times \frac{7}{11}$$

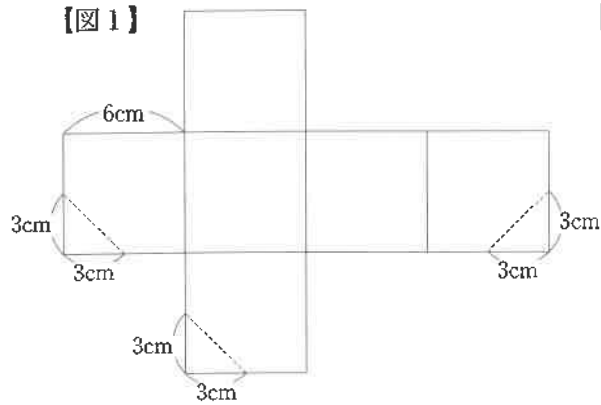
$$= \frac{192}{77}$$

$$I = \frac{64}{7} - 1 - \frac{192}{77} = \frac{435}{77} \text{ 倍}$$

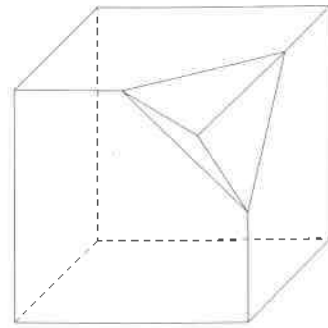
5 次の各問いに答えなさい。  
ただし、角すいの体積は、(底面積) × (高さ) ÷ 3 で求められるものとします。

(1) 【図1】のように、立方体の展開図に点線をひきます。もとの折り目に加え、点線部分も折り目とし、すべての折り目が立体の辺になるようにして、この展開図を組み立てると、【図2】のような立体ができました。この立体の体積は何cm<sup>3</sup>ですか。

三角すいと2回ひく。

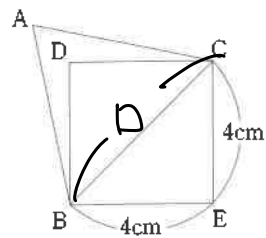


【図2】  $216 - 3 \times 3 \times 3 \times \frac{1}{6} \times 2 = 207 \text{ cm}^3$

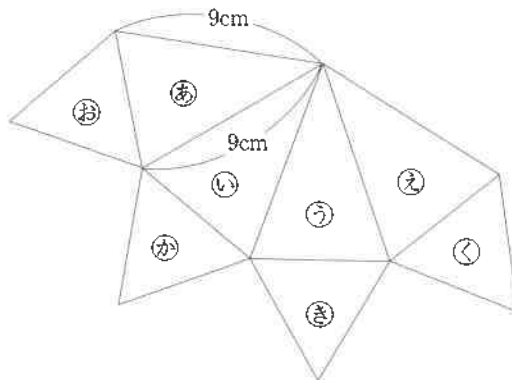


(2) 【図3】のように、正方形BECDの対角線を一辺とする正三角形ABCを考えます。【図4】の展開図において、㊶~㊸は合同な二等辺三角形で、㊹~㊻は【図3】の正三角形ABCと合同です。この展開図を組み立てて立体を作ると、二種類の立体が作れます。そのうち、体積が大きい方の立体を立体A、体積が小さい方の立体を立体Bとします。立体Aの体積は、立体Bの体積より何cm<sup>3</sup>大きいですか。

【図3】

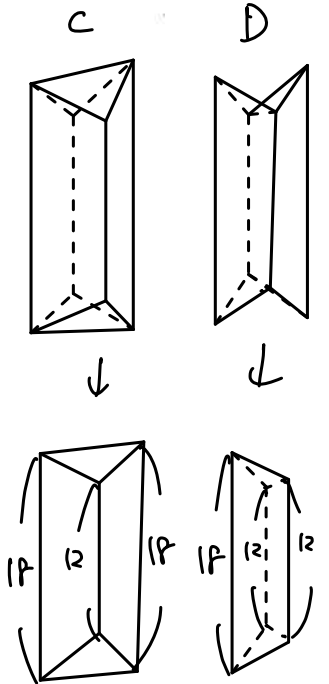
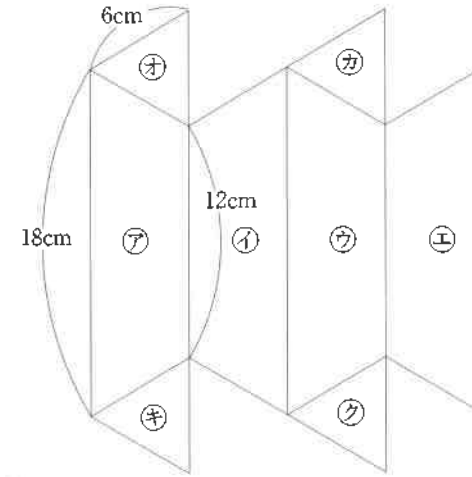


【図4】



(3) 【図5】の展開図において、㊶~㊸は合同な台形で、㊹~㊻は合同な正三角形です。この展開図を組み立てて立体を作ると、二種類の立体が作れます。そのうち、体積が大きい方の立体を立体C、体積が小さい方の立体を立体Dとします。2つの立体C、Dの体積の比(立体Cの体積):(立体Dの体積)を、最も簡単な整数の比で答えなさい。

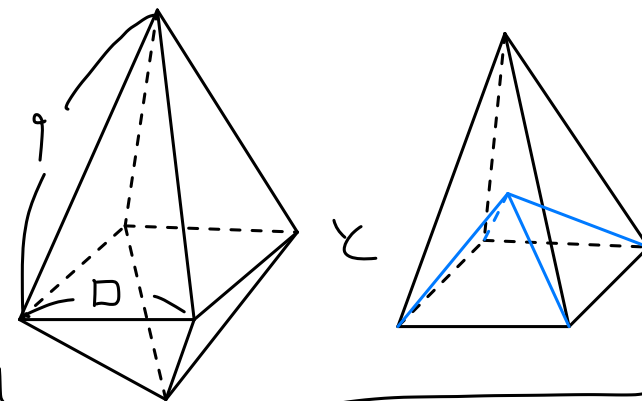
【図5】



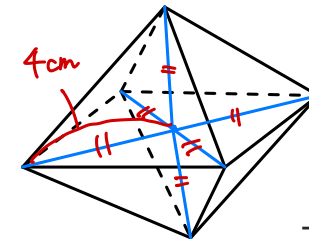
☆ (1) が「ハニヒタイア」のヒント!

外に出るタイア

ハニヒタイア



差は正八面体!



$$8 \times 8 \times \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{1}{3} = \frac{256}{3} \text{ cm}^3$$

(問題は以上です。)

㊶ は等しいので高さの平均で決着!

$$C : D = 48 : 72 = 8 : 12 = 2 : 3$$