〈2024 浅野中〉

1 次の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{コ}$ にあてはまる数または語句をそれぞれ答えなさい。
また、(5) の説明については、解答欄に説明を書きなさい。

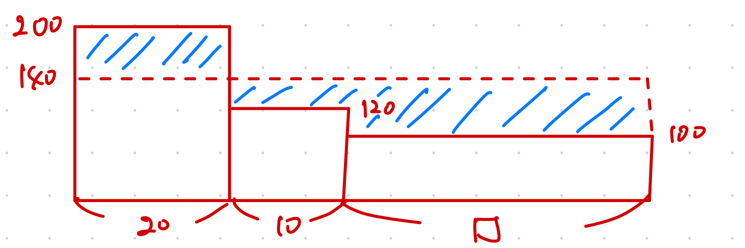
(1) $77 \div \left\{(8.875 - \boxed{ア}) \times 9\frac{2}{15} - 16.25\right\} \times 23 = 2024$

$\{\quad\} = \frac{\cancel{77}^{7} \times \cancel{23}}{\cancel{2024}_{8}} = \frac{7}{8}$

$ア = 8\frac{7}{8} - \left(\frac{7}{8} + 16\frac{1}{4}\right) \times \frac{15}{137} = 8\frac{7}{8} - \frac{\cancel{137}}{8} \times \frac{15}{\cancel{137}} = \underline{7}$

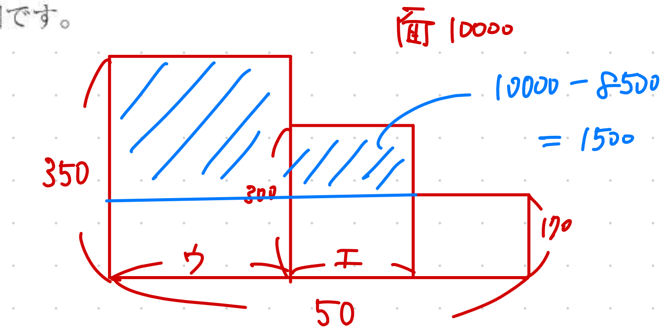
(2) ある会場では、開場から 20 分後に来場者が 4000 人になり、30 分後には 5200 人になり、90 分後には 11200 人になりました。開場から 20 分後までの間、20 分後から 30 分後までの間、30 分後から 90 分後までの間、来場者はそれぞれ一定の割合で来場したとします。このとき、開場から $\boxed{イ}$ 分後までの間の平均来場者数は毎分 140 人になります。

0 − 20 分 → 4000 ÷ 20 = 200 人/分
20 − 30 分 → 1200 ÷ 10 = 120 人/分
30 − 90 分 → 6000 ÷ 60 = 100 人/分



$60 \times 20 = 20 \times 10 + □ \times 40$
□ = 25
よって、$\underline{55分}$

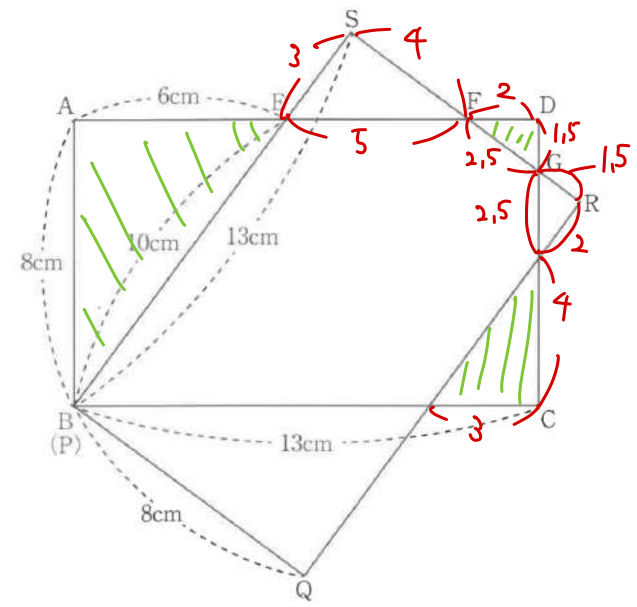
(3) 定価が 1 個 350 円の商品を販売(はんばい)します。最初は定価で販売しましたが、あまり売れなかったので 300 円に値下げして販売しました。その後、さらに値下げして 170 円で販売しました。その結果、商品は全部で 50 個売れて、売り上げは全部で 10000 円になりました。定価で売れた個数は $\boxed{ウ}$ 個で、300 円で売れた個数は $\boxed{エ}$ 個です。



ウ × 180 + エ × 130 = 1500) ÷10
$\underbrace{ウ \times 18}_{2の倍数}$ + エ × 13 = $\underbrace{150}_{2の倍数}$

エは 2, 4, 6, 8, 10 の
いずれか。うまくいくのは、
$\underline{ウ = 4 \quad エ = 6}$ のとき

(4) 長方形 ABCD と長方形 PQRS があり、AB = PQ = 8cm、AD = PS = 13cm です。点 B と点 P が重なるように 2 つの長方形を［図 1］のように重ねました。このとき、AD と PS の交点を点 E とすると AE = 6cm、BE = 10cm でした。AD と RS の交点を点 F、CD と RS の交点を点 G とすると三角形 DFG の面積は $\boxed{オ}$ cm² になります。また、2 つの長方形が重なっている部分の面積は $\boxed{カ}$ cm² になります。

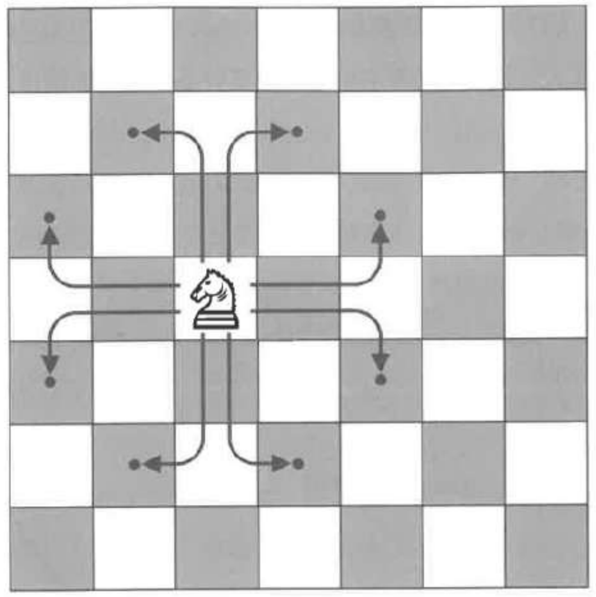


［図 1］

$オ = 2 \times 1.5 \times \frac{1}{2} = \underline{1.5\ cm^2}$

$カ = 8 \times 13 - (24 + 1.5 + 6)$
$= 104 - 31.5$
$= \underline{72.5\ cm^2}$

(5) ［図２］のような、白色と黒色で塗られたマスが交互に並んでいる７×７マスのチェス盤があります。



［図２］

チェスの駒の１つである「ナイト」(♘) は［図２］のチェス盤上を１回の移動で、

・縦方向（上または下）に２マスと横方向（左または右）に１マス

・横方向（左または右）に２マスと縦方向（上または下）に１マス

のいずれかの動かし方をすることができます。(［図２］では矢印のように８通りの動かし方があります。)　キ 黒　ク 白　ケ 白　コ 黒

はじめにどの白色のマスに「ナイト」を置いても、１回目の移動後は必ず［キ］色のマスに止まり、２回目の移動後は必ず［ク］色のマスに止まります。

また、はじめにどの黒色のマスに「ナイト」を置いても、１回目の移動後は必ず［ケ］色のマスに止まり、２回目の移動後は必ず［コ］色のマスに止まります。

このことから、はじめに［図２］のチェス盤上のどのマスに「ナイト」を置いて移動させていったとしても、同じマスに２回以上止まることなくすべてのマスに１回ずつ止まり、その後、はじめに置いたマスに戻ることはできないと言えます。

下線部の理由を説明しなさい。

(説明)

マスの合計は49マスで、すべてのマスに止まるのは48回目の移動。その後、49回目の移動は奇数回目の移動だから、はじめに置いたマスと同じ色に止まることはない。

2　分母が２を２倍ずつした数で、分子が奇数である、１より小さい分数が、次のように左から順に規則的に並んでいます。

①　②　③　④

$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{7}{8}, \frac{5}{8}, \frac{3}{8}, \frac{1}{8}, \frac{15}{16}, \frac{13}{16}, \frac{11}{16}, \frac{9}{16}, \frac{7}{16}, \frac{5}{16}, \frac{3}{16}, \frac{1}{16}, \frac{31}{32}, \frac{29}{32}, \cdots\cdots$

ただし、分数は分母が小さい順に並んでいます。また、分母が同じ分数の場合は、分子が大きい順に並んでいます。

このとき、次の問いに答えなさい。

$1024 = \overbrace{2\times2\times\cdots\times2}^{10コ}$

(1) $\frac{1}{1024}$ は最初から数えて何番目にありますか。　$1+2+4+8+\cdots+512=$ 1023番目。

(2) 並んでいる分数のうち、分母が1024である分数のすべての和を求めなさい。

$\dfrac{\overbrace{1023+1021+\cdots\cdots+1}^{512コ}}{1024} = \dfrac{512\times\cancel{512}}{\cancel{1024}_{2}} = 256$

1から連続する奇数の和 ＝ 平方数

(3) 最初から数えて2024番目にある分数を求めなさい。

$1+2+\cdots+1024=2047$ なので、(分母2048まで)

2024番目は $\frac{1}{2048}, \frac{3}{2048}, \cdots$ と数えて(後ろから)24番目。

$\dfrac{2\times24-1}{2048} = \dfrac{47}{2048}$

(4) 最初から数えて２番目から2024番目までに並んでいる分数の中で、もっとも $\frac{1}{2}$ に近い分数をすべて求めなさい。ただし、答えが２つ以上になる場合は、「2，3」のように、答えと答えの間に「，」をつけなさい。

それぞれのグループの中央２つに注目。(グループ内では $\frac{1}{2}$ に近い２つ)

$\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right)$　$\left(\frac{5}{8}, \frac{3}{8}\right)$　$\left(\frac{9}{16}, \frac{7}{16}\right)$ …　$\left(\frac{1025}{2048}, \frac{1023}{2048}\right)$

↓

$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}, \frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)$　$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{8}, \frac{1}{2}-\frac{1}{8}\right)$　$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{16}, \frac{1}{2}-\frac{1}{16}\right)$ ……　$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2048}, \frac{1}{2}-\frac{1}{2048}\right)$

$\frac{1}{2}$ に１番近い!

$\frac{1025}{2048}$, $\frac{1023}{2048}$

3 点 A と点 B を結ぶ長さが 12cm のまっすぐな線上を動く 2 点 P と Q があり、点 P は毎秒 1cm、点 Q は毎秒 3cm の速さで常に動くものとします。

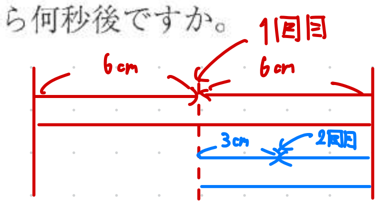
まず、点 P、点 Q はともに点 A を出発し、点 B に向かって進みます。その後、点 Q は点 B に到着（とうちゃく）すると、向きを変えて点 A に向かって進みます。次に、点 Q は点 P と出会うと、また向きを変えて点 B に向かって進みます。点 P が点 B に到着するまで、点 Q はこの動きを繰（く）り返します。

このとき、次の問いに答えなさい。

(1) 2 点 P、Q が点 A を出発したのちに、初めて出会うのは点 P が点 A を出発してから何秒後ですか。

24 ÷ (1+3) = 6秒後。

(2) 2 点 P、Q が点 A を出発したのちに、2 回目に出会うのは点 P が点 A を出発してから何秒後ですか。



12 ÷ (1+3) = 3　　9秒後。

(3) 2 点 P、Q が点 A を出発したのち、11.6 秒後までに 2 点 P、Q が出会う回数は何回ですか。

3回目　6 ÷ (1+3) = 1.5秒
4回目　0.75秒 ← ÷2　　6+3+1.5+0.75 = 11.25　（5回目の0.375はダメ）

4回。

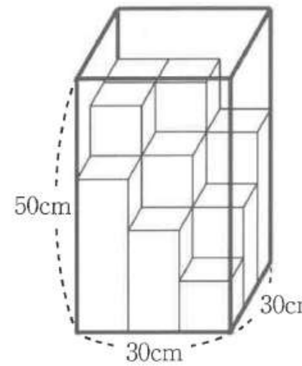
(4) (3)において 2 点 P、Q が最後に出会うときまでに点 Q が進んだ道のりの合計は何 cm ですか。

3× 11.25 = 33.75 cm。

4 一辺の長さが 30cm の正方形を底面とし、高さが 50cm の直方体の形をした水そうがあります。この水そうに 9 本の直方体のブロックを並べます。

直方体のブロックの底面はすべて一辺の長さが 10cm の正方形で、高さは 10cm のものが 1 つ、20cm のものが 2 つ、30cm のものが 3 つ、40cm のものが 3 つあります。ただし、同じ高さのブロックは区別しないものとします。ブロックを倒（たお）したり傾（かたむ）けたり重ねたりせず、水そうの中にすき間なく並べることを考えます。

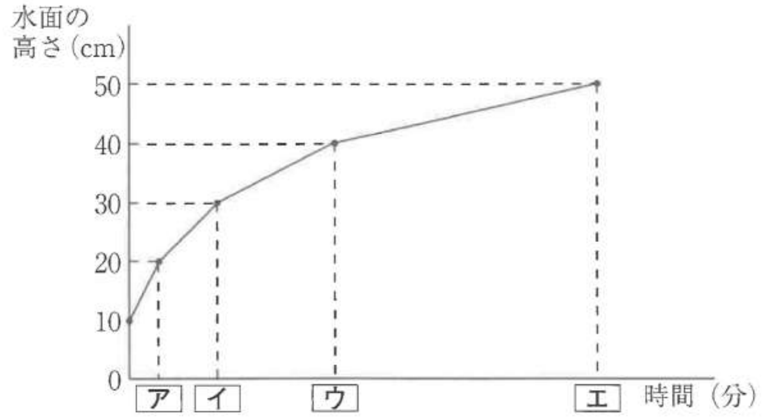
たとえば、[図1] のようにブロックをすき間なく並べた場合、それを [図2] のように表すこととします。



[図1]

40	40	30
40	30	20
30	20	10

[図2]



[図3]

高さが 10cm のブロックの真上からこの水そうが満水になるまで、毎分 1L の割合で水を注ぎます。

ブロックを [図2] のように並べたとき、水を注いだ時間と水面の高さの関係をグラフに表すと、[図3] のようになります。ただし、水面の高さとは、水そうの底面から水そうの中でもっとも高い水面までの高さのことをいいます。

このとき、次の問いに答えなさい。

(1) [図3] の ア ～ エ にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

立方体1つ分で $\frac{10\times10\times10}{1000}$ = 1分

ア = 1分　イ = 4分　ウ = 10分。　エ = 19分。

以下の問いでは、［図２］の高さが 10cm のブロックの位置と水を注ぐ位置は変えずに、それ以外のブロックの並べ方を変えていくことを考えます。

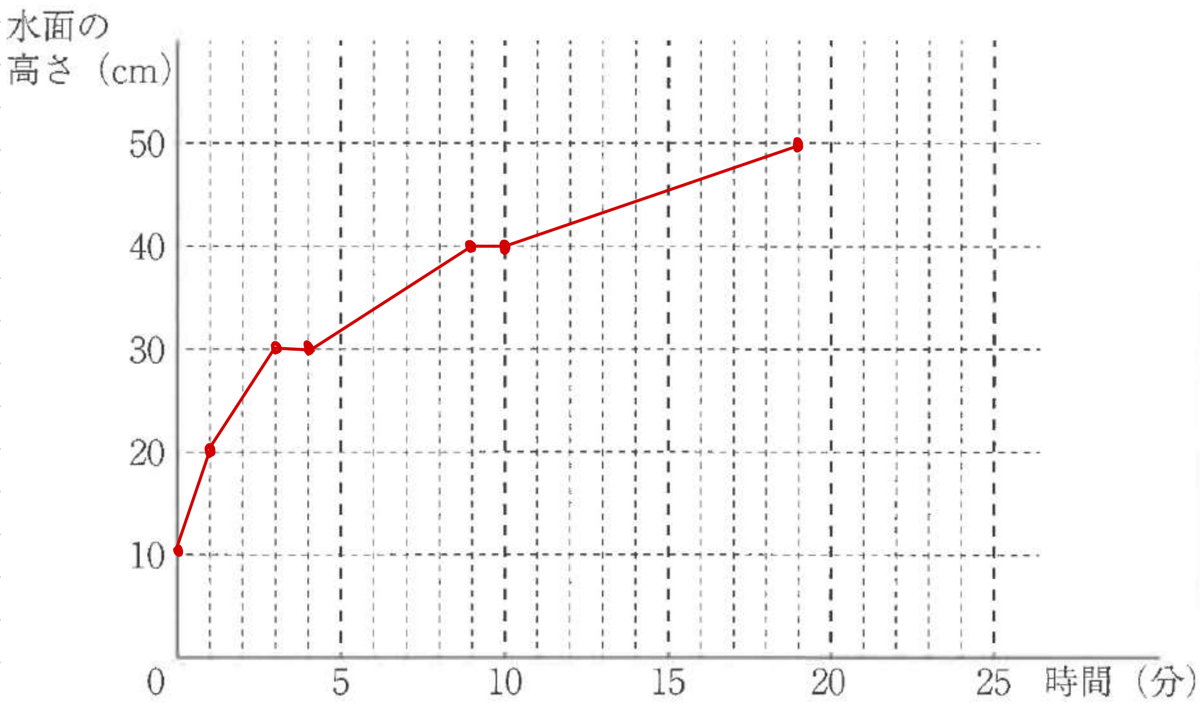
ただし、ブロックや水そうの辺どうし、面どうしの間から水はもれないものとします。

(2) ブロックを［図４］のように並べる場合、この水そうが満水になるまでの水を注いだ時間と水面の高さの関係を、［図３］のように解答用紙のグラフに書き入れなさい。

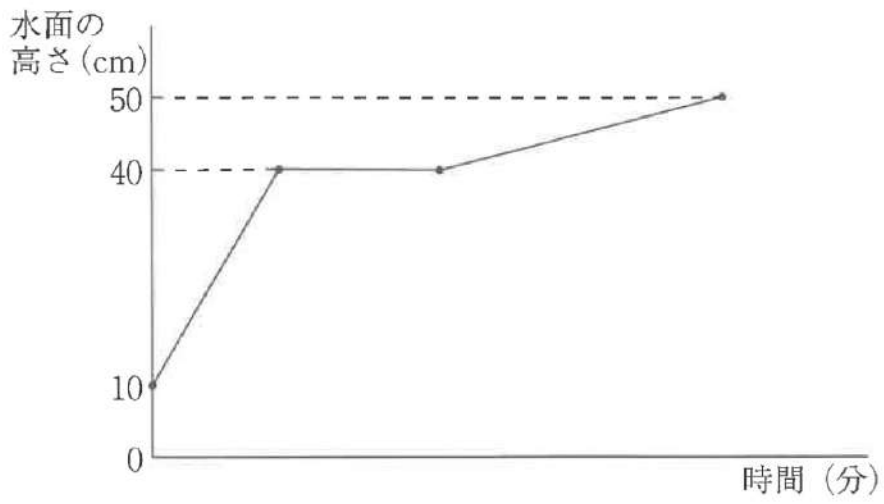
30	40	20
40	30	30
40	20	10

［図４］

くぼみに水が入るところに注意して書く。



水そうが満水になる前に、水面の高さが連続して変わらない時間がもっとも長くなるブロックの並べ方をしました。このとき、水を注いだ時間と水面の高さの関係をグラフに表すと、［図５］のようになります。



［図５］

(3) ［図５］のグラフになるようなブロックの並べ方の１つを、［図２］のように解答用紙のマス目に書き入れなさい。

20cm × 2
30cm × 3
40cm × 3
であることに注意！

20	20	30
30	30	40
40	40	10

赤字以外の配置は自由。

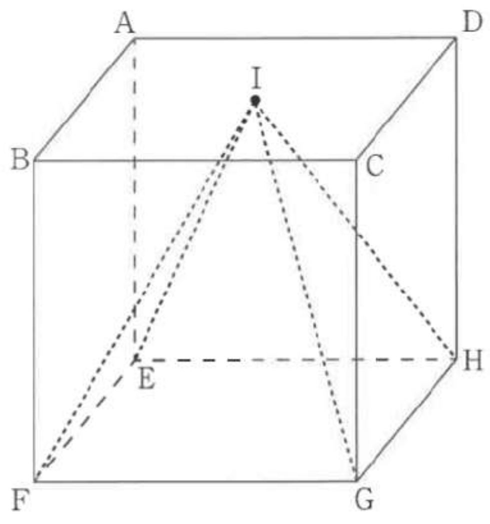
(4) ［図５］のグラフになるようなブロックの並べ方は全部で何通りありますか。

$\underbrace{6}_{\text{40をおく場所を6か所からえらぶ}} \times \underbrace{\frac{5\times4}{2\times1}}_{\text{20をおく}} = \underline{60\text{通り}}$

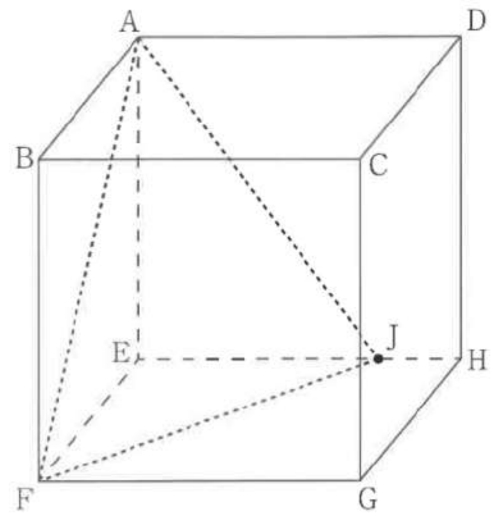
5 一辺の長さが 4cm の立方体 ABCD-EFGH があります。［図１］の点 I は正方形 ABCD の対角線の交点です。［図２］の点 J は辺 EH 上で EJ：JH ＝ 3：1 となる点です。四角すい IEFGH と三角すい AEFJ が重なっている部分を立体 X とします。

このとき、次の問いに答えなさい。

ただし、（角すいの体積）＝（底面積）×（高さ）× $\frac{1}{3}$ で求められます。

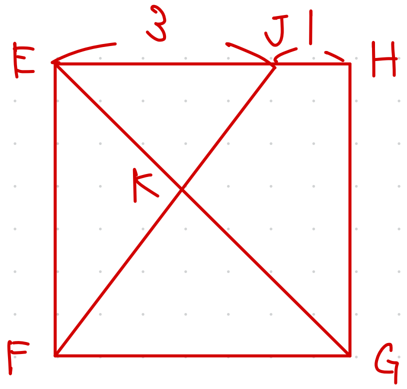


［図１］



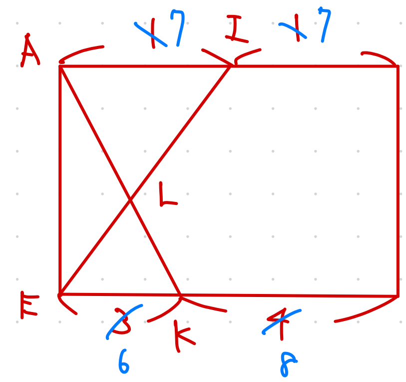
［図２］

(1) EG と FJ の交点を点 K とするとき、EK：KG をもっとも簡単な整数の比で答えなさい。



$\underline{3:4}$。

(2) AK と EI は交わります。その交点を点 L とするとき、AL：LK をもっとも簡単な整数の比で答えなさい。



比はそろえる！

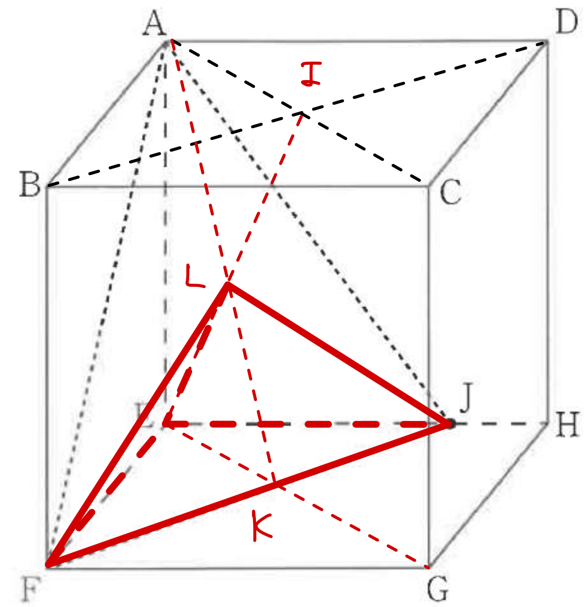
AL：LK ＝ $\underline{7:6}$。

(3) 立方体の底面 EFGH から点 L までの高さは何 cm ですか。

$4 \times \frac{6}{13} = \underline{\frac{24}{13}\text{ cm}}$。

(4) 立体 X の体積は何 cm^3 ですか。

どちらかの図にまとめる。



図のような三角すいになる。

$3 \times 4 \times \frac{1}{2} \times \frac{24}{13} \times \frac{1}{3}$

$= \underline{\frac{48}{13}\text{ cm}^3}$。