

(4) 100 以上 300 以下の整数のうち、約数の個数が9個である整数をすべて求めなさい。

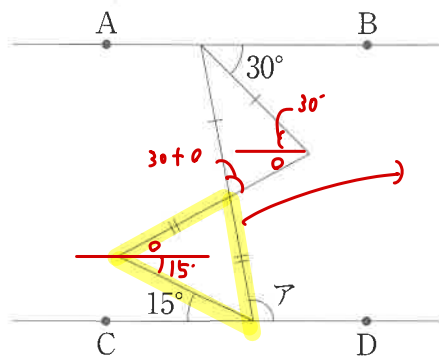
① $\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{8\text{個}}$ か ② $a \times a \times b \times b$

① $\underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{8\text{個}} = 256$ のみ

② $2 \times 2 \times 5 \times 5, 2 \times 2 \times 7 \times 7, 3 \times 3 \times 5 \times 5$
 $= 100 \quad = 196 \quad = 225$

100, 196, 225, 256

(5) 下の図において直線 AB と CD は平行で、長さの等しい辺には同じ印がついています。図の角アの大きさを求めなさい。



$$0 + 15 + 0 + 15 + 30 + 0 = 180$$

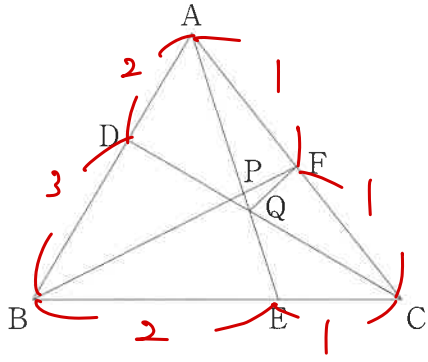
$$0 = 40^\circ$$

$$P = 180 - (15 + 55)$$

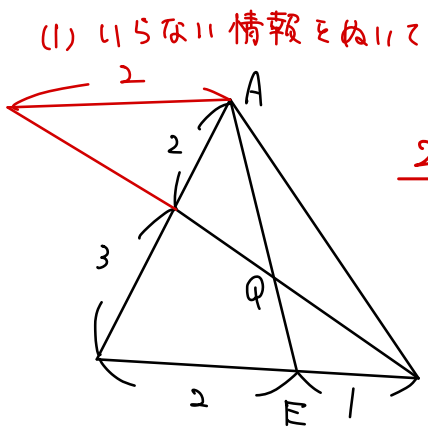
$$= \underline{110^\circ}$$

2

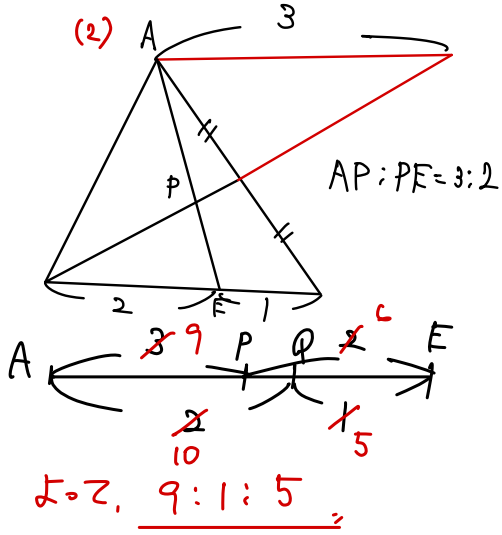
下の図のような三角形 ABC において、辺 AB を 2 : 3 に分ける点を D、辺 BC を 2 : 1 に分ける点を E、辺 CA の真ん中の点を F とします。また、AE と BF、AE と CD が交わる点をそれぞれ P、Q とします。



- (1) AQ : QE を最も簡単な整数の比で求めなさい。
- (2) AP : PQ : QE を最も簡単な整数の比で求めなさい。
- (3) 三角形 ABC と三角形 FPQ の面積の比を最も簡単な整数の比で求めなさい。



2 : 1



(3) $\triangle AFE$ を求めよ。
 (2) より $\frac{1}{15}$ 倍すればよい。

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{15} = \frac{1}{90}$$

$\triangle AEC$ $\triangle AFE$

90 : 1

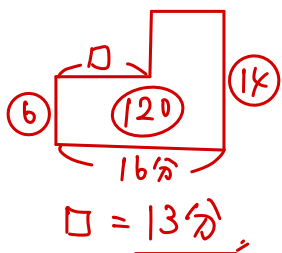
3

ある倉庫には毎朝、同じ量の荷物が届きます。Aさん、Bさん、Cさんの三人で倉庫からすべての荷物を運ぶことにしました。倉庫からすべての荷物を運ぶのに、Aさん一人では20分、Bさん一人では24分、Cさん一人では40分かかります。

全 $\textcircled{120}$ A $\textcircled{6}$ B $\textcircled{5}$ C $\textcircled{3}$ と設定.

- (1) 1日目は、はじめにAさん一人で荷物を運び、その後BさんとCさんが同時に加わり三人で運んだところ、すべての荷物を運ぶのに全部で16分かかりました。はじめにAさん一人で荷物を運んでいた時間は何分ですか。
- (2) 2日目は、はじめにAさんとBさんの二人が一緒に同じ時間だけ荷物を運び、最後にCさん一人で残った荷物をすべて運びました。このとき、Cさんが荷物を運んだ時間は他の二人の3倍でした。すべての荷物を運ぶのにかかった時間は何分ですか。
- (3) 3日目は、はじめにBさん一人で荷物を運び、その後Aさん一人でBさんが運んだ時間の2倍の時間だけ荷物を運びました。最後にCさん一人でBさんよりも4分少ない時間だけ荷物を運んだところ、すべての荷物を運び終わりました。すべての荷物を運ぶのにかかった時間は何分何秒ですか。

(1)

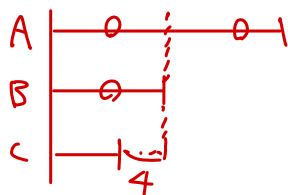


(2) $\underbrace{11 \times 1}_{AB} : \underbrace{3 \times 3}_C = 11 : 9$ で $\textcircled{120}$ を分配

A B $\textcircled{66} \div \textcircled{11} = 6$ 分

C $\textcircled{54} \div \textcircled{3} = 18$ 分 $\underline{\underline{24分}}$

(3) 時間をまとめると、



まずCも4分はたささせて

Bとそろえる

(これで(2)と同じようにできる)

全体が $\textcircled{132}$ になったことに注意して、

$\underbrace{6 \times 2}_A : \underbrace{8 \times 1}_{BC} = 3 : 2$

A $\textcircled{79.2} \div \textcircled{6} = 13.2$ 分

BC $\textcircled{52.8} \div \textcircled{8} = 6.6$ 分

よって、 $\underbrace{13.2}_A + \underbrace{6.6}_B + \underbrace{2.6}_C = 22.4$ 分

22分24秒

BCは一緒に運んではいけません!

4

A 君, B 君の二人で, 次の石取りゲームをします。

- はじめに何個か石があります。
- はじめに石を取る人は A 君とします。
- 交互に 1 個から 6 個までの石を取ることができます。
- 最後に残った石をすべて取った人が勝ちとします。

例えば, はじめに 20 個の石があります。

- ① A 君は 5 個の石を取りました。
- ② B 君は残った 15 個の石から 6 個の石を取りました。
- ③ A 君は残った 9 個の石から 1 個の石を取りました。
- ④ B 君は残った 8 個の石から 5 個の石を取りました。
- ⑤ A 君は残った 3 個の石から 3 個すべてを取ったので, ゲームに勝ちました。

(1) はじめに 15 個の石があります。そこから A 君は 3 個の石を取りました。次に B 君は何個の石を取れば, A 君の石の取り方によらず, B 君は必ず勝つことができますか。 7 個残せば勝ち!

5 個

(2) はじめにある石が 40 個, 41 個, 42 個, 43 個のうち, A 君の石の取り方によらず, B 君が必ず勝つことができるはじめの石の個数をすべて選びなさい。

(7 の倍数) 個の状態に A に与えれば勝ち! 42 個

(3) はじめにある石が 10 個以上 100 個以下の場合, B 君の石の取り方によらず, A 君が必ず勝つことができるはじめの石の個数は何通りありますか。

自分がとって、7 の倍数個残せばよいので、はじめの数は、

7 の倍数 + 余り 1 ~ 6 が OK!

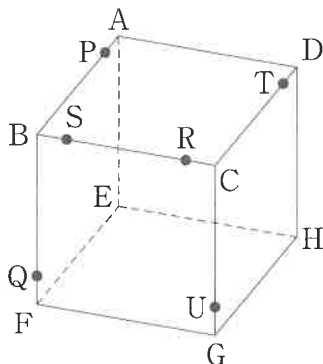
逆にいえば、はじめが 7 の倍数だとダメ!

$100 \div 7 = 14 \dots 2$ あり, 10 ~ 100 には 13 個の

7 の倍数があり、 $91 - 13 = 78$ 通り

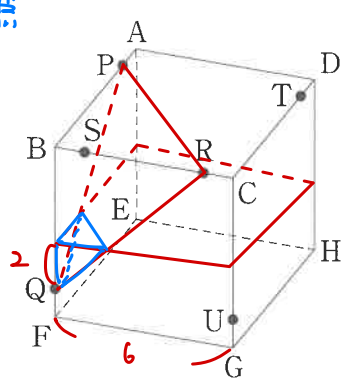
5

下の図のように1辺の長さが6 cm の立方体 ABCD-EFGH があり、各辺上の点 P, Q, R, S, T, U は $AP = FQ = CR = BS = DT = GU = 1$ cm となる点とします。ただし、角すいの体積は (底面積) × (高さ) ÷ 3 で求められるものとしてします。



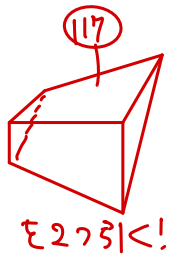
- (1) 3点 P, Q, R を通る平面と辺 AE, CG, DH の真ん中の点を通る平面でこの立方体を切断します。切断したときにできる立体のうち、点 E をふくむ立体の体積を求めなさい。

切断面同士、交点を結び立体をハッキリさせる。

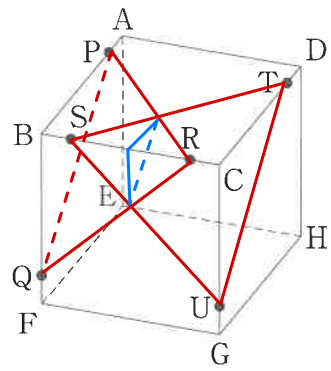


$$\begin{aligned}
 &6 \times 6 \times 3 - 2 \times 2 \times 2 \times \frac{1}{6} \\
 &= 108 - \frac{4}{3} \\
 &= \underline{\underline{106\frac{2}{3} \text{ cm}^3}}
 \end{aligned}$$

- (2) 3点 P, Q, R を通る平面と3点 S, T, U を通る平面でこの立方体を切断します。切断したときにできる立体のうち、点 E をふくむ立体の体積を求めなさい。



相 2:5
体 8:125



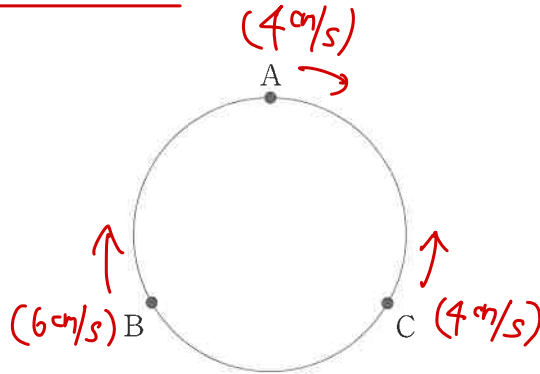
$$\begin{aligned}
 &引く9は、 \\
 &2 \times 2 \times 2 \times \frac{1}{6} \times \frac{117}{8} \times 2 \\
 &= 39 \text{ cm}^3 \\
 &216 - 39 = \underline{\underline{177 \text{ cm}^3}}
 \end{aligned}$$

6

下の図のように長さ 120 cm の円周上に、はじめ、等間隔に 3 点 A, B, C があります。A, B, C は同時に出発し、A は時計回りに毎秒 4 cm, B は時計回りに毎秒 6 cm, C は反時計回りに毎秒 4 cm の速さで円周上を進みます。ただし、C は 5 秒進むごとに 3 秒その場で停止するものとします。

これが厄介!

8秒で
 A → 32 cm
 B → 48 cm
 C → 20 cm
 進む



周期を利用する!

- (1) 2 点 B, C がはじめて重なるのは出発してから何秒後ですか。
- (2) 2 点 A, C が 2 回目に重なるのは出発してから何秒後ですか。
- (3) 3 点 A, B, C がはじめて重なるのは出発してから何秒後ですか。

(1) B C あわせて 80 cm 進めばよい。

8秒で 68 cm 進むので、あと 12 cm。 $12 \div (6+8) = 1.2$ 9.2秒

(2) A C あわせて 160 cm 進めばよい。

24秒で $52 \times 3 = 156$ cm 進む。あと 4 cm。 $4 \div (4+4) = 0.5$ 24.5秒

(3) B が A においつくのは、20秒、80秒、140秒 ごと...

(コツ: なるべく時間差が多いものを基準とすると、調べる量が少なくて済む)

20秒では (2) より A C は出会わない。

80秒 (ちょうど 10 周期) A C あわせて 520 cm 進む。

$520 - 40 = 480$ は 120 で割り切れるから、A C は出会っている。 80秒