

< 2024 聖光学院① >

[1] 次の問いに答えなさい。

(1) 次の計算の \square にあてはまる数を答えなさい。

$$3 \div \left\{ \left(\square + \frac{1}{3} \right) \times \frac{9}{11} \right\} - 1.375 = 1\frac{5}{6}$$

$$\square = \left\{ 3 \div \left(1\frac{3}{8} + 1\frac{5}{6} \right) \right\} \times \frac{11}{9} - \frac{1}{3} = \frac{72}{77} \times \frac{11}{9} - \frac{1}{3} = \frac{24-7}{21} = \frac{17}{21}$$

(2) 1 から 120 までの整数のうち、3 でも 5 でも割り切れない数の総和を求めなさい。

個数は $120 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) = 64$ 個 並べてみると、

$\underbrace{1, 2, 4, \dots, 113, 116, 118, 119}_{64 \text{ 個}}$

120 が 32 ペアあり。
 $120 \times 32 = 3840$

(3) ある仕事を終わらせるのに A さんだけでは 60 日、B さんだけでは 50 日、C さんだけでは 40 日かかります。

この仕事を、1 日目は A さんと B さんがおこない、2 日目は B さんと C さんがおこない、3 日目は C さんと A さんがおこない、4 日目はまた A さんと B さんというように、3 日周期でおこなうと、始めてから何日目に終わりますか。

全 $\textcircled{600}$ A $\textcircled{10}$ B $\textcircled{12}$ C $\textcircled{15}$

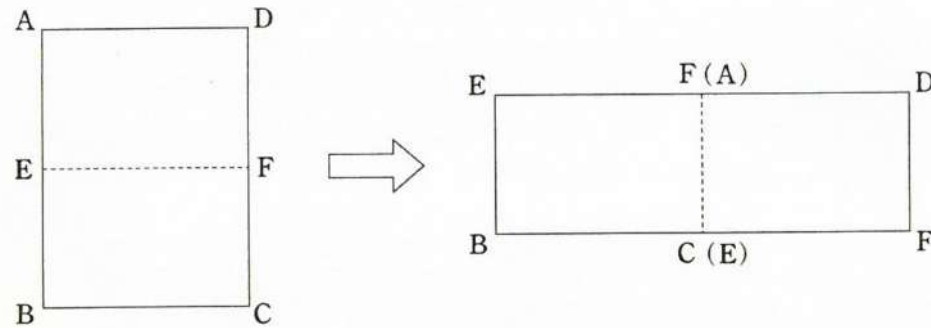
$\textcircled{22} + \textcircled{27} + \textcircled{25} = \textcircled{74}$

$600 \div 74 = 8 \text{ セット } \dots 8$
 あと $\textcircled{8} \leftarrow$ 次の日でおわる。

$8 \times 3 + 1 = \underline{25 \text{ 日目}}$

[2] 以下のように、長方形から新たな長方形を作る操作を定めます。

[操作]
 長方形 ABCD の縦の辺 AB と辺 CD の真ん中の点をそれぞれ E, F とします。
 下の図のように、E, F を通る直線で長方形 ABCD を切って 2 つに分けて、辺 AE を
 辺 FC に重ねて新たな長方形 EBFD を作ります。



たとえば、縦 4 cm, 横 5 cm の長方形にこの操作をおこなうと、縦 2 cm, 横 10 cm
 の長方形になります。1回おこなうと、タテは $\times \frac{1}{2}$ 、ヨコは $\times 2$ になる。

縦 \square cm, 横 \square cm の長方形 R にこの操作を続けて何回かおこなうことを
 考えます。 \square , \square は整数であるものとして、次の問いに答えなさい。

(1) 長方形 R にこの操作を 7 回続けておこなったところ、正方形ができました。

\square : \square を最も簡単な整数比で答えなさい。

タテ 1 $\xrightarrow{7回もどす}$ 2^7
 ヨコ 1 $\xrightarrow{7回もどす}$ $\frac{1}{2^7}$

$P:I = 2^7 : \frac{1}{2^7} = 128 : \frac{1}{128} = \underline{16384 : 1}$

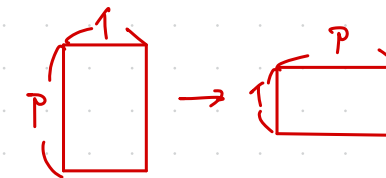
(2) 長方形 R にこの操作をおこなうごとにできた長方形の周の長さを計算したところ、
 8 回目の操作後に初めて周の長さが奇数になりました。 \square として考えられる整数
 のうち、3 けたのものは何個ありますか。

「2で8回わりきれぬ」ということだが、まず「周」で1周。
 つまり、あと7回だけ2で割りきれぬ。 $128 \times 1, 128 \times 3, 128 \times 5, 128 \times 7$
 の 4個。

(3) 長方形 R にこの操作をおこなうごとにできた長方形の周の長さを計算し、操作前と
 操作後の周の長さを比べて増加しているか減少しているかを調べたところ、4 回目
 までの操作の前後ではすべて減少し、5 回目の操作の前後では増加しました。

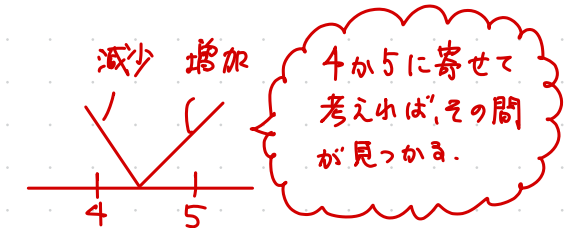
$\square \div \square$ の商として考えられる整数は何個ありますか。

* 操作で周の長さが変わらないところを見つける。



$P = 1 \times 2^n$ より $P:I = 2^n:1$ のとき。

- ① 4 回目の操作で変わらないとき
- ② 5 回目の操作で変わらないとき
 の $P:I$ を調べればよい。



① のとき

	4回目	3回目	2回目	1回目
P	16	← 32	← 64	← 128
I	8	← 4	← 2	← 1

← ここから書くと楽

② のとき

	5回目	4回目	3回目	2回目	1回目
P	32	← 64	← 128	← 256	← 512
I	16	← 8	← 4	← 2	← 1

Iを1とすると、Pは整数は92、
 129 ~ 511までOK。

$511 - 128 = \underline{383}$ コ

[3] 図1のような、1辺の長さが10 cm の正方形4つからなるマス目が書かれた紙に、5点O、P、Q、R、Sがあります。まず、図2のように1辺の長さが10 cm の立方体 ABCD-EFGH を辺 HE が OP に、辺 HG が OQ に重なるように紙の上に置きます。次に、以下の操作を順におこない、図3のように紙の上で立方体を回転させていきます。

- (操作1) 直線 OQ を軸として立方体を 90 度回転させる。
- (操作2) 直線 OR を軸として立方体を 90 度回転させる。
- (操作3) 直線 OS を軸として立方体を 90 度回転させる。
- (操作4) 直線 OP を軸として立方体を 90 度回転させる。

このとき、次の問いに答えなさい。ただし、円周率は 3.14 とします。

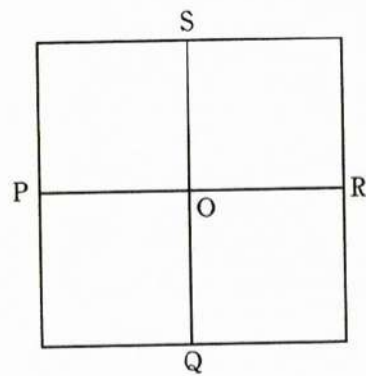


図1

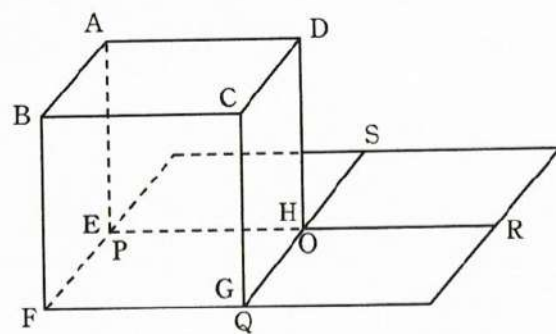


図2

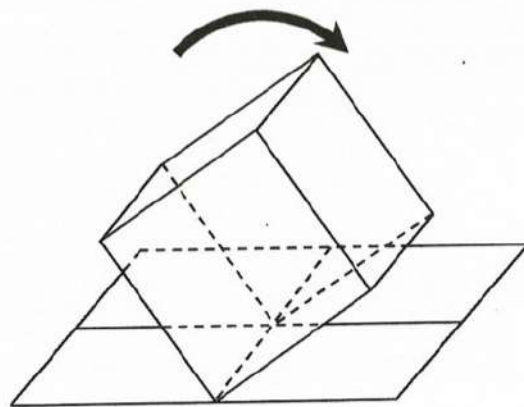


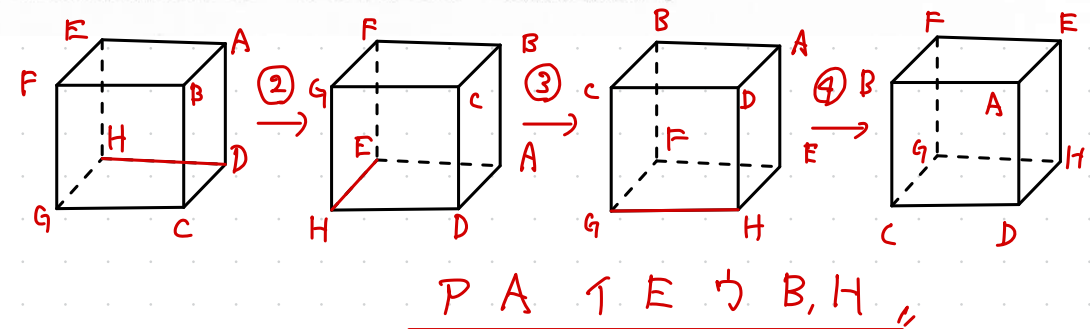
図3

(1) (操作1) をおこなうとき、正方形 ABFE が通過する部分の体積は何 cm³ ですか。

$$\text{①} = \left(\frac{10 \times 10 \times \frac{1}{4}}{200} - 10 \times 10 \times \frac{1}{4} \right) \times 3.14 = 78.5$$

よって、 $78.5 \times 10 = \underline{785 \text{ cm}^3}$

(2) (操作1) ~ (操作4) をこの順に続けておこなうとき、立方体 ABCD-EFGH は元の位置に戻りますが、頂点は元の位置とは異なるものがあります。たとえば、頂点 F は頂点 の位置に、頂点 G は頂点 の位置にそれぞれ移ります。一方、頂点 は4つの操作後に元の位置に戻ります。 と にあてはまる頂点を、A ~ Hの中からそれぞれ1つずつ選びなさい。また、 にあてはまる頂点を、A ~ Hの中からすべて選びなさい。

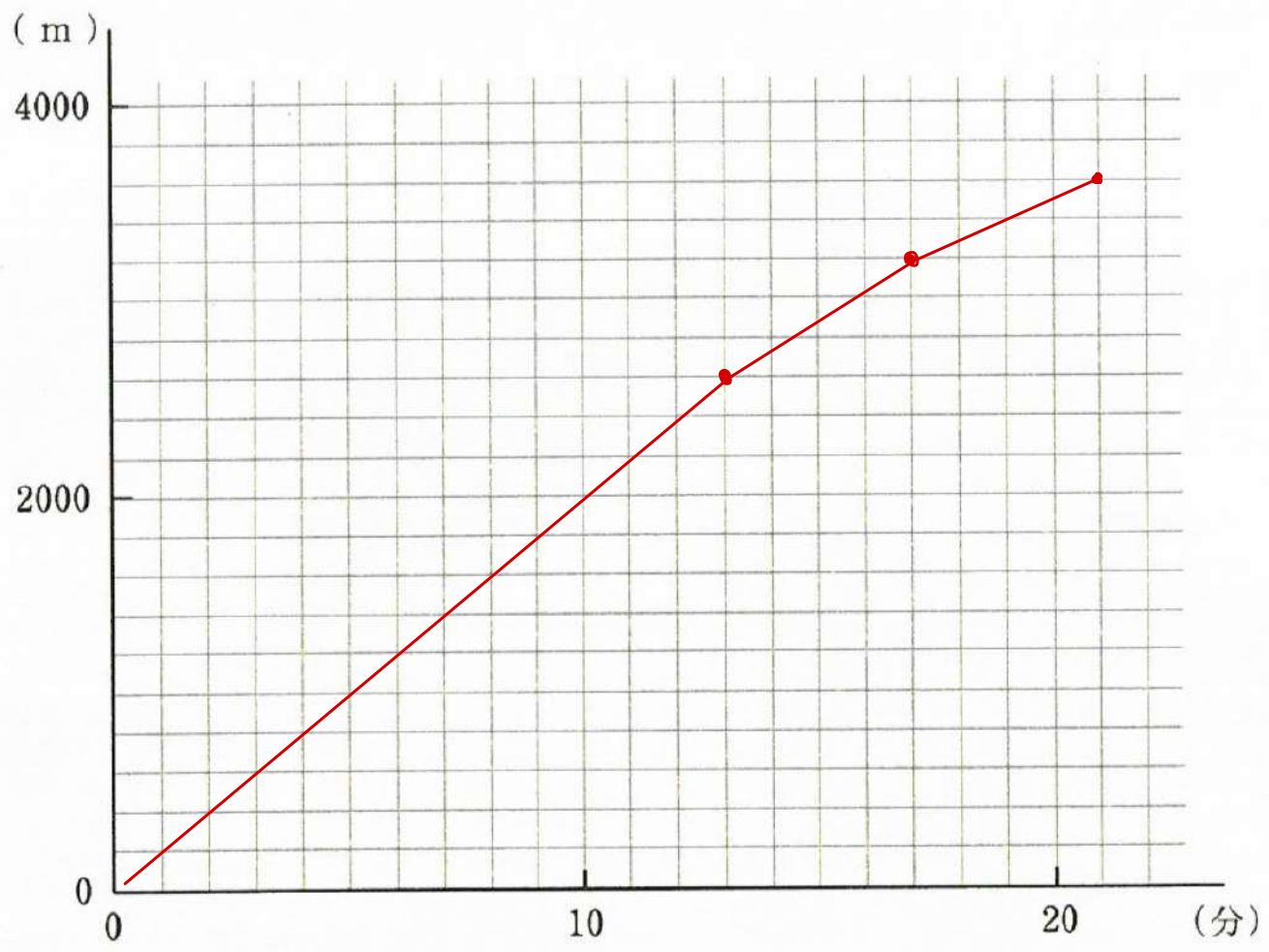


(3) (操作1) ~ (操作4) をこの順に続けておこなうとき、直線 FG が通過する部分の面積の総和は何 cm² ですか。

$$\begin{aligned} \text{①} & 10 \times 10 \times 3.14 \times \frac{1}{4} = 25 \times 3.14 \\ \text{②} & 25 \times 3.14 \leftarrow \text{①より} \\ \text{③} & 20 \times 3.14 \times \frac{1}{4} \times 10 = 50 \times 3.14 \\ \text{④} & 25 \times 3.14 \leftarrow \text{①と同じ} \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \text{①} \\ \text{②} \\ \text{③} \\ \text{④} \end{aligned}} \right\} \begin{aligned} & (25 + 25 + 50 + 25) \times 3.14 \\ & = 125 \times 3.14 \\ & = \underline{392.5 \text{ cm}^2} \end{aligned}$$

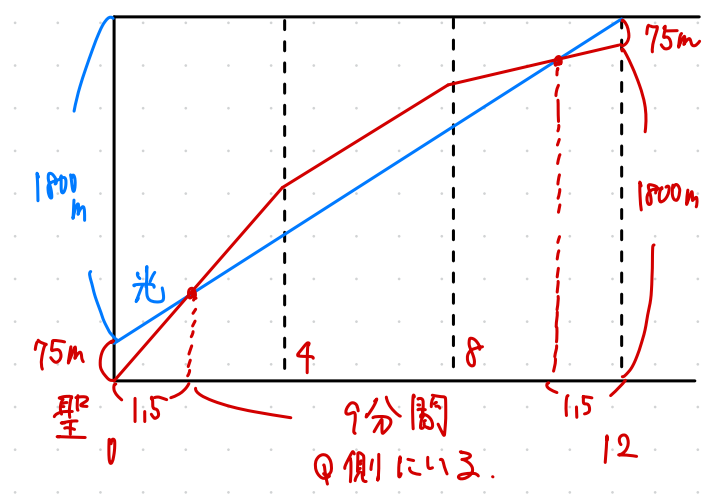
[4] 聖さん、光さん、学さんの3人が、9 km 離れた P 地点と Q 地点の間を移動します。
 聖さんは P 地点を出発してから 9 分間は毎分 200 m で移動します。その後の 4 分間は毎分 200 m、次の 4 分間は毎分 150 m、次の 4 分間は毎分 100 m で移動し、以降も 4 分ごとに毎分 200 m、150 m、100 m と速さを変えながら Q 地点まで移動します。
 光さんは聖さんよりも 3 分 30 秒早く P 地点を出発し、毎分 150 m で Q 地点まで移動します。このとき、次の問いに答えなさい。必要があれば、右のページの【下書き欄】を使用してもかまいません。

(1) 聖さんが出発してから 21 分間の移動の様子を、解答欄のグラフに図示なさい。
 ただし、グラフの 1 マスは、横軸が 1 分、縦軸が 200 m とします。



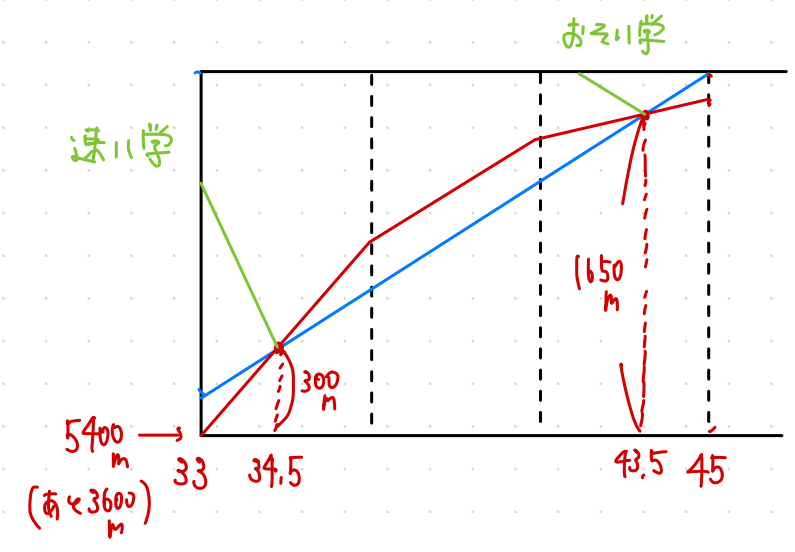
(2) 聖さんが Q 地点に到着する前に、聖さんのほうが光さんよりも Q 地点側にいた時間の合計は何分ですか。

9分後から12分を1セットとして調べる。 9分後 1800mの地点なので、残り7200m左のセットがくり返される。
 よって、 $9 \times 4 = 36$ 分。



(3) 聖さんが出発してから 20 分後に、学さんが Q 地点から P 地点へ毎分 80 m 以上 240 m 以下の一定の速さで移動します。先に聖さんとすれ違い、その後、光さんとすれ違うとき、学さんは毎分 m より早く毎分 m 未満で移動すればよいことがわかります。 と にあてはまる数をそれぞれ答えなさい。

まず、ざっくり時間の計算を光と学でおこなう。
 $23.5 \times 150 = 3525$ m あり、 $9000 - 3525 = 5475$
 (遅) $5475 \div (80 + 150) = 23.8 \dots$ 分 } 聖が、出発して
 (速) $5475 \div (240 + 150) = 14.0 \dots$ 分 } 34分 ~ 43分 を調べればよい。



(速) $3300 \div 14.5 = \frac{6600}{29}$ m/分
 (遅) $1950 \div 23.5 = \frac{3900}{47}$ m/分
 P $82 \frac{46}{47}$ I $227 \frac{17}{29}$

【5】 次の問いに答えなさい。ただし、解答は解答欄の番号を○で囲んで答えなさい。

(1) あるスーパーの1か月の食品の売り上げについて、前月からの増減で考えます。

たとえば、1月の売り上げが100万円だった食品が、2月に120万円になると20%の増加、逆に80万円になると20%の減少となります。

図1は、食品Aの2023年1月から4月の売り上げを折れ線グラフで表したものです。

なお、2月から4月までは一直線となっています。

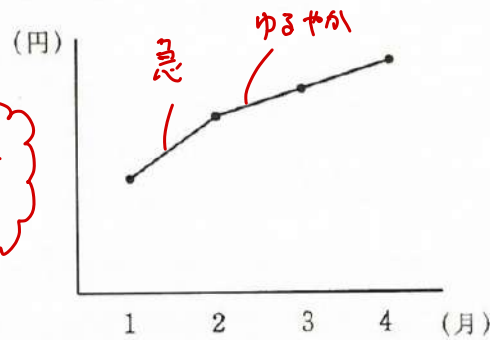
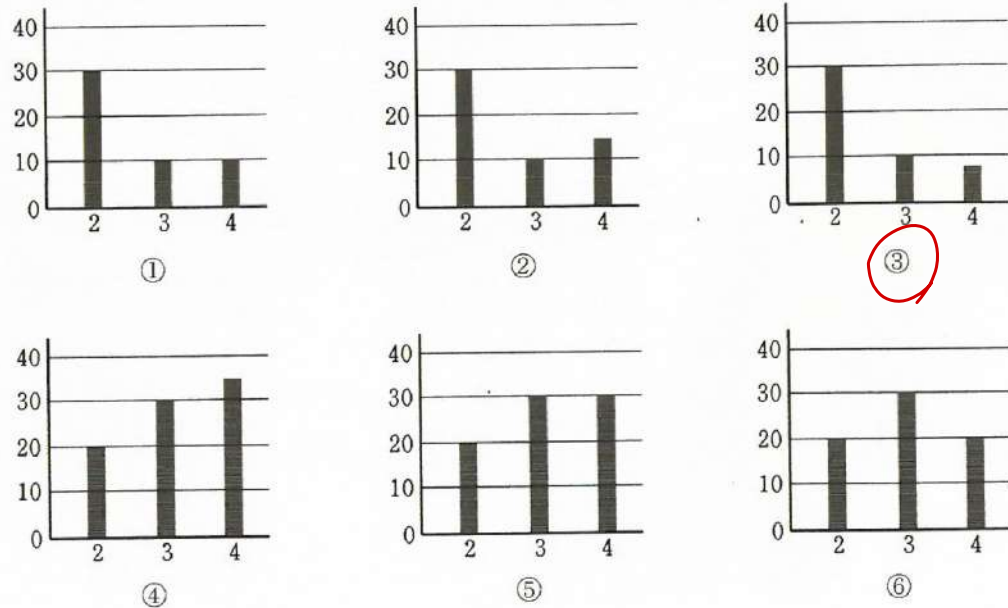


図1

数値を設定してみる。
 月 1 2 3 4
 100 150 170 190
 ×1.5 ×1.13... ×1.11...
 =増加量が同じ。
 一直線
 減ってる!

1%と見、①にしたくなさがる、疑いの目はもう!

食品Aの2月から4月の売り上げについて、前月からの売り上げの増減の割合を表したグラフとして正しいものを、次の①～⑥の中から1つ選びなさい。



(2) 図2は、ある食品Bの2月から5月の売り上げの、前月からの増減の割合を表した

グラフです。なお、「-20」は前月から20%減少していることを表しています。

これも具体的な数値で!

1月 100
 2月 120 (×1.2)
 3月 96 (×0.8)
 4月 115.2 (×1.2)
 5月 92.16 (×0.8)

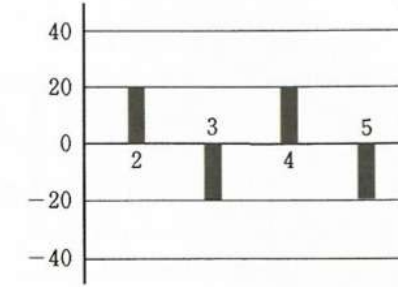
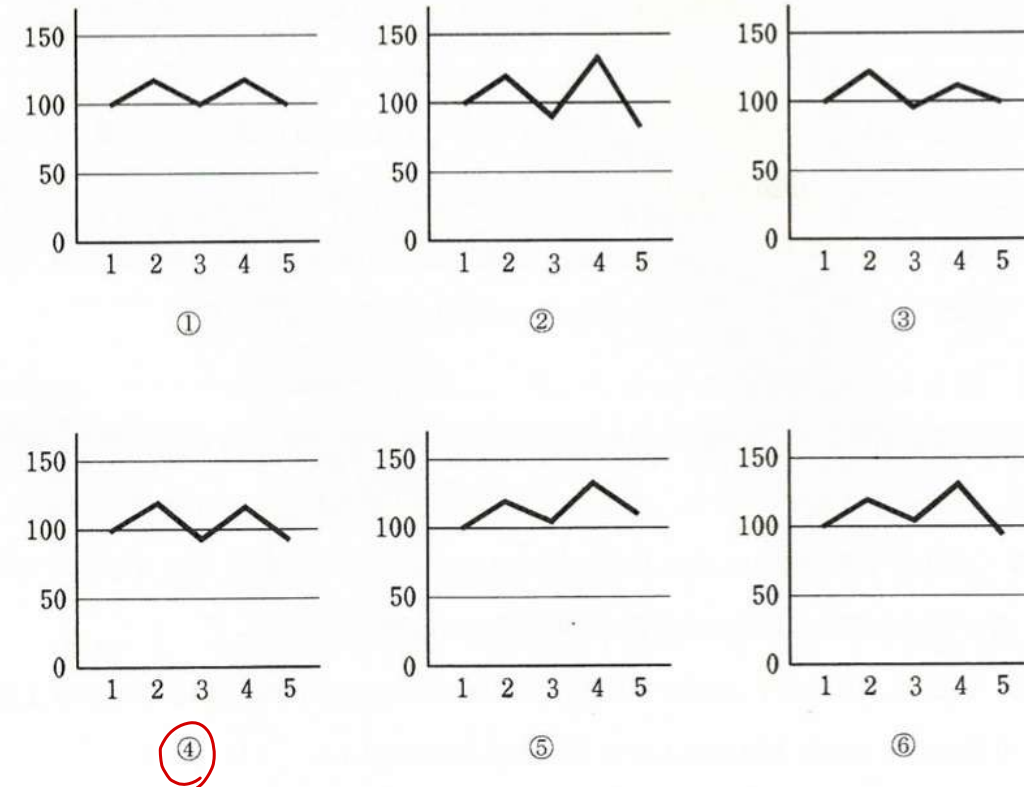


図2

1月から5月の売り上げを表した折れ線グラフとして正しいものを、次の①～⑥の中から1つ選びなさい。



(3) ある食品 C は、1月の売り上げと3月の売り上げが同じ100万円で、2月は、1月と3月よりも売り上げが多いことがわかっています。つまり、2月は1月と比べて ア % 売り上げが増加していて、3月は2月と比べて イ % 売り上げが減少しています。

ア と イ にあてはまる数の組について、正しく述べた文を、次の①～⑥の中からすべて選びなさい。

とにかく
具体化!

	$\times 1.5$	$\times 0.66\dots$
	↘	↘
	100	150
	↖	↖
	100	100
	50%	34%
	増加	減少

- ① ア にあてはまる数は必ず100よりも小さくなる。
- ② イ にあてはまる数は必ず100よりも小さくなる。
- ③ イ にあてはまる数は100よりも大きくなることもある。
- ④ ア にあてはまる数は イ にあてはまる数よりも必ず大きい。
- ⑤ ア にあてはまる数は イ にあてはまる数よりも必ず小さい。
- ⑥ ア にあてはまる数は イ にあてはまる数よりも小さくなることもあり、
 ア にあてはまる数は イ にあてはまる数よりも大きくなることもある。

(4) 食品 D は、2020年1月に販売開始してから2023年12月に至るまで、毎月、売り上げが前月の5%ずつ増加しています。食品 D の売り上げについて述べた文としてふさわしいものを、次の①～④の中から2つ選びなさい。

- ① 2022年7月には、2020年1月の売り上げの2倍以上になっている。
- ② 2023年12月になっても、2020年1月の売り上げの2倍以上になることはない。
- ③ 2020年1月の売り上げの2倍を超えるまでの期間は、2020年1月の売り上げの2倍を超えてから3倍を超えるまでの期間とほぼ等しい。
- ④ 2020年1月の売り上げの2倍を超えるまでの期間は、2020年1月の売り上げの2倍を超えてから4倍を超えるまでの期間とほぼ等しい。

(4) ①. ② について
 $5\% \times 20 \text{ カ月} = 100\%$

2020年1月～2022年7月までは20カ月以上経過しているため、200%以上 = 2倍以上になっている。

(1)より、同じ割合をかけると実際の値段はもっと増えているので、20カ月もかからない。

よって、この時点で「100%～200%」より「200%～300%」の方がはやくて、③もはいい。

→ ④を検証してもよいが、わざわざ「2つ選ぶ」とあるので、①. ④ と決定してもよい。

表1は、食品Eの2022年の月ごとの売り上げを示したものです。

表1

月	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
売り上げ (万円)	100	120	120	130	120	160	180	200	160	130	120	80

(5) このデータについて正しく述べた文を、次の①～④の中からすべて選びなさい。

- ① 12か月の売り上げの平均を上回る月の数は、半分の6である。
- ② 7番目に売り上げの高い月は12か月の売り上げの平均を下回っている。
- ③ 12か月の売り上げの平均を上回る月の売り上げの合計は、1年間の売り上げの40%を超えている。
- ④ 売り上げの高い2つの月と、低い2つの月を除いた8つの月の売り上げの平均は、すべての月の売り上げの高いほうから5番目と7番目の間にある。

① 120を仮平均とすると、

$$\begin{matrix} -20, 0, 0, 10, 0, 40 \\ 60, 80, 40, 10, 0, -40 \end{matrix} \left. \vphantom{\begin{matrix} -20, 0, 0, 10, 0, 40 \\ 60, 80, 40, 10, 0, -40 \end{matrix}} \right) \frac{180}{12} = 15 \text{ なのて、}$$

135を超えているのは、4つ

② 120なのて下回っている。

③ $160 + 180 + 200 + 160 = 700$ は、

$135 \times 12 = 1620$ の40% 648 を超えている。

④ $1620 - (80 + 100 + 180 + 200) = 1060$

$1060 \div 8 = 132.5$ (4番と5番の間)