< 2024 筑駒 >

［1］ 整数 A があります。A に対して，整数 B，C，D を次のように決めていきます。

〈決め方〉 A を 37 でわったあまりが B，
B を 17 でわったあまりが C，
C を 7 でわったあまりが D です。

たとえば A が2024のとき，2024 を 37 でわったあまりは 26 なので B は 26，
26 を 17 でわったあまりは 9 なので C は 9， 9 を 7 でわったあまりは 2 なので D は 2 です。

次の問いに答えなさい。

(1) B が 26，C が 9，D が 2 となるような A として考えられる数のうち，最も小さいものは 26 です。
2 番目に小さいものは何ですか。

$A = 37 \times \square + 26$ 2番目に小さい数は $37 \times 1 + 26 = \underline{63}$

(2) D が 2 となるような A として考えられる数のうち，2024 以下のものは全部で何個ありますか。

$C = 7 \times \square + 2$ で 17より小さい → 2 か 9 か 16

$B = 17 \times \square + 2,\ 17 \times \square + 9,\ 17 \times \square + 16$ で 37より小さい → 2, 9, 16, 19, 26, 33, 36

$A = 37 \times \square +$ 〜〜

$37 \times 54 = 1998$ であることに注意して $7 \times 54 + \underbrace{5}_{26\text{ まで OK}} = \underline{383\text{ 個}}$

(3) B，C，D がすべてちがう数となるような A として考えられる数のうち，2024 以下のものは全部で何個ありますか。

B から調べるとよい。(C, D は 1 通りに決まる)

B	36	35	34	33	32	31	30	…	24	23	…	17	16	…
C	2	1	0	16	15	14	13	…	7	6	…	0	16	…
D	2	1	0	2	1	0	6	…	0	6	…	0	2	…
	×	×	×	○	○	○	○	…	○	×	…	×	×	…

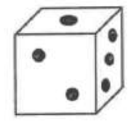
ここまでだけ！

$A = 37 \times \square + 24 \sim 33$
→ あまり 24〜26 は $\square = 0 \sim 54$
→ あまり 27〜33 は $\square = 0 \sim 53$

(2) を参考に計算！
あまりに注意

$3 \times 55 + 7 \times 54 = 165 + 378 = \underline{543\text{ 個}}$

［2］ サイコロは，向かい合う面の目の数の和が 7 になっています。
いくつかのサイコロを，その面どうしがちょうど重なるように貼り合わせます。
貼り合わせてできた立体で，重なって隠れた面の目の数の合計を「ウラの和」，
隠れていない面の目の数の合計を「オモテの和」ということにします。



サイコロ

たとえば，2 個のサイコロを図 1 のように貼り合わせたとき，「ウラの和」は 6，「オモテの和」は 36 です。

1個のサイコロの目の和は
$1+2+\cdots+6=21$

図1

(1) 3 個のサイコロを図 2 のように貼り合わせます。
「オモテの和」として考えられるもののうち，もっとも大きい数と
もっとも小さい数をそれぞれ答えなさい。

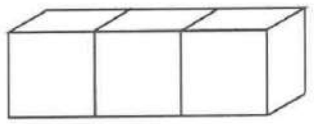


図2

「ウラの和」は最大 19、最小 9 より、

$21 \times 3 - 9 = \underline{54}$（大）， $21 \times 3 - 19 = \underline{44}$（小）

(2) 3 個のサイコロを図 3 のように貼り合わせるとき，
「オモテの和」が「ウラの和」でわり切れることがあります。
このような「オモテの和」として，考えられるものをすべて
答えなさい。

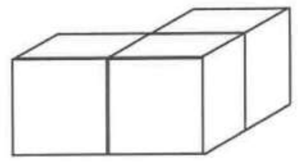
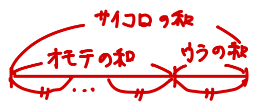


図3

「ウラの和」→ 5 〜 23



← サイコロの和も
ウラの和で割り切れる！

このうち、63 の約数は
7, 9, 21, の 3つ オモテ → $\underline{42, 54, 56}$

(3) 4 個のサイコロを図 4 のように貼り合わせるとき，
「オモテの和」が「ウラの和」でわり切れることがあります。
このような「オモテの和」として，考えられるものをすべて
答えなさい。

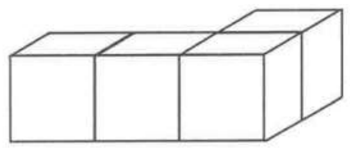


図4

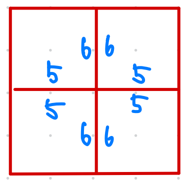
(2) と同じ。「ウラの和」→ 12 〜 30

このうち、$21 \times 4 = 84$ の約数は 12, 14, 21, 28.

オモテ → $\underline{56, 63, 70, 72}$

(4) 4 個のサイコロを貼り合わせるとき，「オモテの和」として考えられるもののうち，もっとも大きい数と
もっとも小さい数をそれぞれ答えなさい。

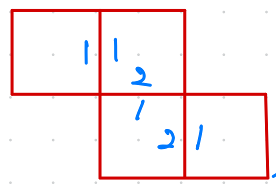
① 最もウラの面が多いつなげ方



ウラの和は
$(5+6) \times 4 = 44$

最小のオモテ $84 - 44 = \underline{40}$

② 最も自由度の高いつなげ方



ウラの和 8

最大のオモテ

$84 - 8 = \underline{76}$

［3］ 一辺の長さが 12 cm の正六角形 ABCDEF があります。

直線 AD 上に点 G，直線 CF 上に点 H があります。三角形 AGF の角 G，三角形 CHD の角 H は，どちらも直角です。

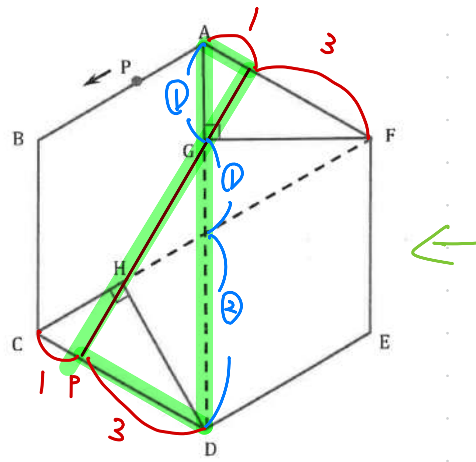
点 P は頂点 A を出発し，正六角形の辺上を毎秒 1 cm の速さで A→B→C→D→E→F→A の順に一周し，動き始めてから 72 秒後に A で止まります。 → 1辺12秒、1cm/秒

P と G，G と H，H と P をまっすぐな線で結んで作った図形 PGH を考えます。次の問いに答えなさい。

(1) 図形 PGH が三角形にならないのは，P が動き始めてから何秒後ですか。考えられるものをすべて答えなさい。

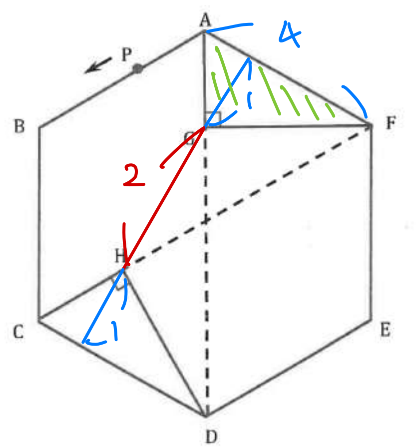
P.G.Hが一直線になるとき。

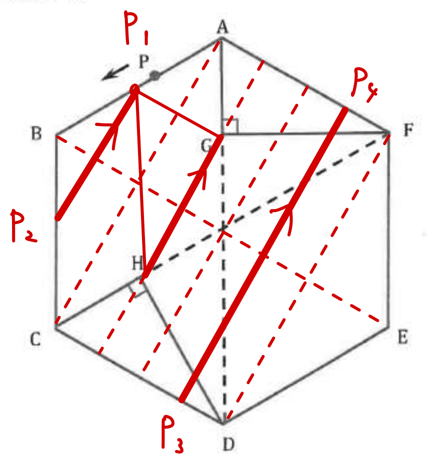
27秒後、69秒後



←相似から 1:3 を見抜く！

(2) 図形 PGH が三角形になり，三角形 PGH の面積が三角形 AGF の面積と等しくなるのは，P が動き始めてから何秒後ですか。考えられるものをすべて答えなさい。





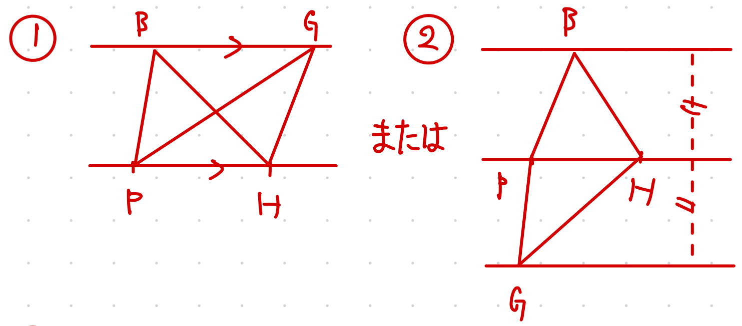
△AGFを底辺1高さ4とおくと、
△PGHは底辺2だから、
高さ2となればよい。

高さが2になるのは図のP₁〜P₄

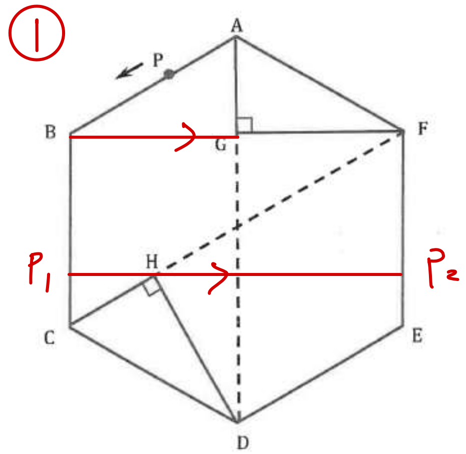
6秒後、18秒後、33秒後、63秒後

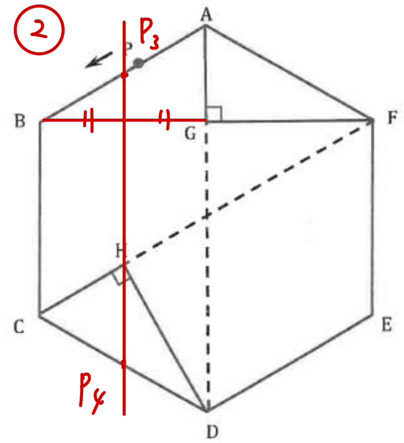
(3) P と B，B と H，H と P をまっすぐな線で結んで作った図形 PBH を考えます。ただし，P が B に重なる場合は考えないものとします。

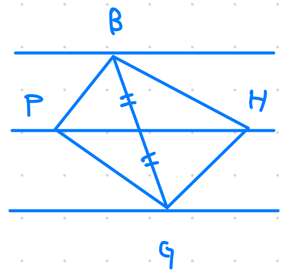
図形 PGH，図形 PBH がどちらも三角形になり，三角形 PGH の面積が三角形 PBH の面積と等しくなるのは，P が動き始めてから何秒後ですか。考えられるものをすべて答えなさい。



のどちらかになればよい。







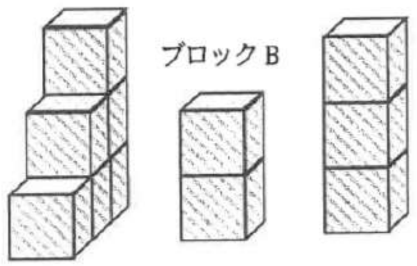
P₁, P₂ → 21s, 51s

P₃, P₄ → 6s, 30s

よって、 6秒後、21秒後、30秒後、51秒後

「動かない点」をどう使うかがポイント！

［4］ 一辺の長さが 10 cm の立方体の面どうしをちょうど重なるように組み合わせてつくったブロック A，B，C があります。
ブロック A は立方体 6 個，ブロック B は立方体 2 個，ブロック C は立方体 3 個を組み合わせたものです。



ブロック A，ブロック B，ブロック C を，立方体の面どうしがちょうど重なるよう，さらに組み合わせることを考えます。
ただし，幅，奥行き，高さはどれも 30 cm 以下となるようにします。
たとえば，ブロック B とブロック C を 1 個ずつ組み合わせるとき，図 1 や図 2 のような組み合わせ方はできますが，図 3 や図 4 のような組み合わせ方はできません。

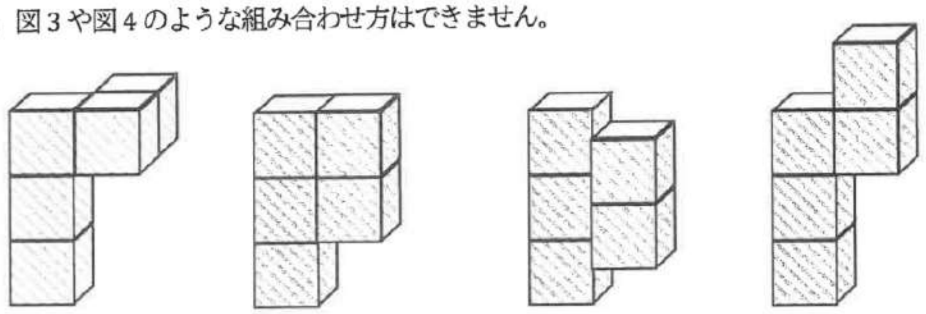


図 1（できる）　図 2（できる）　図 3（できない）　図 4（できない）

一辺の長さが 30 cm の立方体の形の水そうがあります。水平に置かれた空の水そうにブロックを置き，12 L の水を入れて水面の高さを調べます。次の問いに答えなさい。

(1) ブロック A を 1 個，水そうに置いたところ，図 5 のようになりました。
水を入れたあとの水面の高さは，水そうの床から何 cm になりますか。

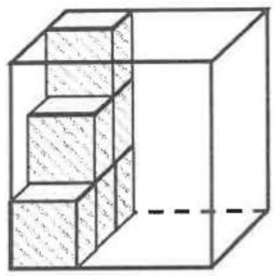


図 5

1Fにあと6コの小立方体が入り、

$1000 \times 6 = 6000\ cm^3$ → あと $6000\ cm^3$

2Fの底面積は $700\ cm^2$ より。

$10 + \dfrac{6000}{700} = 18\dfrac{4}{7}$ cm

(2) ブロック A とブロック B を 1 個ずつ組み合わせたものを水そうに置いたところ，真上から見たら図 6 のようになりました。ただし，ブロック A の位置や向きは図 5 と変わらないものとします。 → ブロックBだけしらべる！
水を入れたあとの水面の高さは，水そうの床から何 cm になりますか。考えられるものをすべて答えなさい。

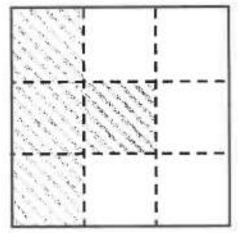
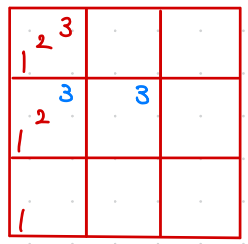


図 6

（置き方）　赤ブロックA　青ブロックB

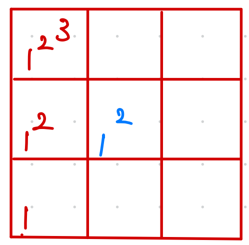
ア



(1)と同じ状態

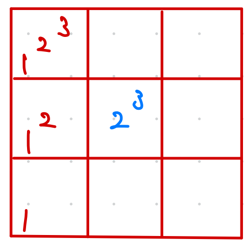
$18\dfrac{4}{7}$ cm

イ



1F　$5000\ cm^3$
2F　$6000\ cm^3$
3F　$1000\ cm^3$
$20 + \dfrac{1000}{800} = 21\dfrac{1}{4}$ cm

ウ



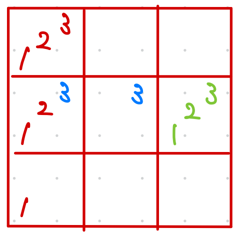
1F　$6000\ cm^3$
2F　$6000\ cm^3$ → 20cm

$18\dfrac{4}{7}$ cm，20cm，$21\dfrac{1}{4}$ cm

(3) ブロック A，ブロック B，ブロック C を 1 個ずつ組み合わせたものを水そうに置いたところ，真上から見たら図 7 のようになりました。ただし，ブロック A の位置や向きは図 5 と変わらないものとします。 赤A　青B　緑C
水を入れたあとの水面の高さは，水そうの床から何 cm になりますか。考えられるものをすべて答えなさい。

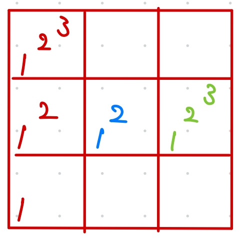
図 7

アから



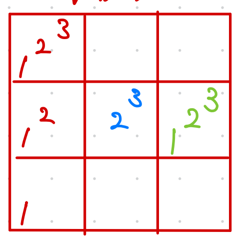
1F 5000 2F 6000
$20 + \dfrac{1000}{500} = 22$cm

イから



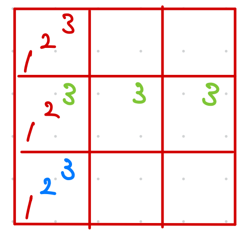
1F 4000 2F 5000
$20 + \dfrac{3000}{700} = 24\dfrac{2}{7}$cm

ウから



1F 5000 2F 5000
$20 + \dfrac{2000}{600} = 23\dfrac{1}{3}$cm

新パターン



1F 6000 2F 6000
→ 20cm

よって、20cm、22cm、$23\dfrac{1}{3}$cm、$24\dfrac{2}{7}$cm

（立方体が1Fと2Fでいくつあつまるか考えながら探すとよい。
ア 11コ イ 9コ ウ 10コ エ 12コ のように。）